

Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Mathematics Education -  
Relevant, Interesting and Applicable

# Seminar V preiskovanje usmerjen pouk matematike (MERIA delavnica)

Rimske Toplice, 4. in 5. februar 2019

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

# Kaj je poučevanje matematike s preiskovanjem?



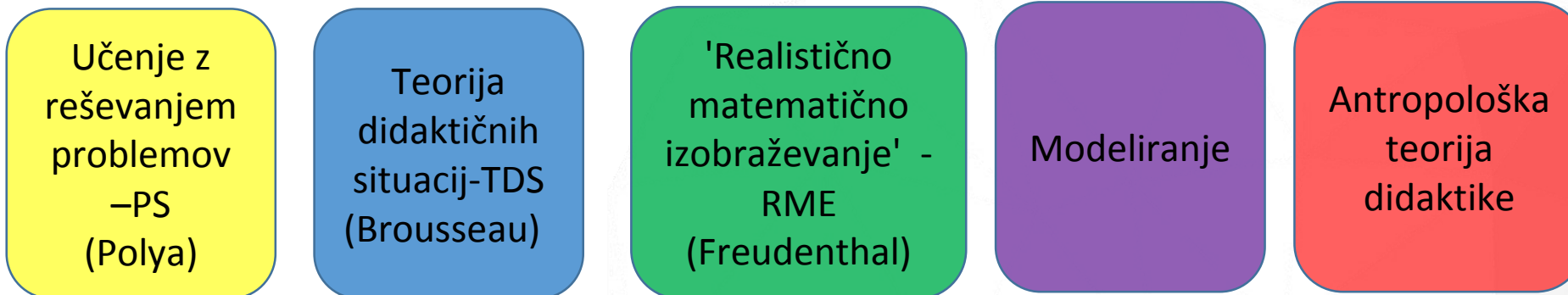
Pristop k poučevanju matematike, ki omogoča učencem, da skozi lastno aktivnosti ozaveščajo že osvojeno matematično znanje ali pa izgrajujejo novo matematično znanje.

## Encyclopedia of Mathematics Education

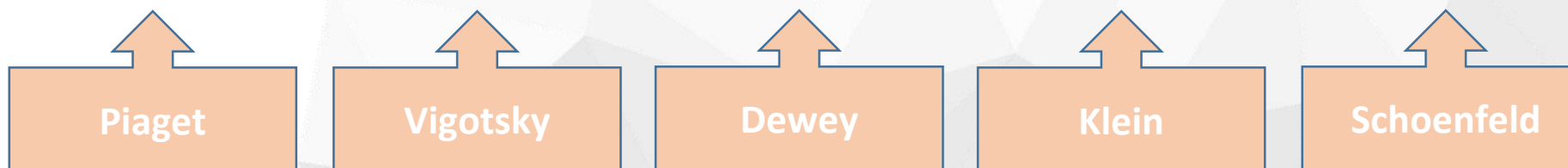
Je na učenca osredinjena paradigma poučevanja matematike in naravoslovja, kjer učenci pri svojem delu posnemajo znanstvenike. Pri tem opazujejo pojave, zastavljajo vprašanja, izvajajo eksperimente, iščejo vzorce, postavljajo hipoteze, interpretirajo ugotovitve, predstavijo svoje rezultate in o njih razpravljajo.



# Didaktične teorije, ki podpirajo učenje in poučevanje matematike s preiskovanjem



## Nekateri avtorji, ki poudarjajo pomen učenčeve aktivnosti pri učenju



# Matematično izobraževanje – pomembno, zanimivo in uporabno (MERIA)



## Projekt MERIA

- Spletna stran ZRSSŠ

<https://www.zrss.si/objava/projekt-meria>

- Spletna stran projekta

[www.meria-project.eu](http://www.meria-project.eu)

Gradiva nastala v projektu:

- [Priročnik MERIA za poučevanje matematike s preiskovanjem](#)

Novičniki:

- Novičnik 1 (november 2016)
- Novičnik 2 (februar 2017)
- Novičnik 3 (maj 2017)
- Novičnik 4 (avgust 2017)
- Novičnik 5 (november 2017)
- Novičnik 6 (februar 2018)
- Novičnik 7 (maj 2018)
- Novičnik 8 (september 2018)

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

# Učitelj preiskuje v vlogi učenca

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.



Mathematics Education -  
Relevant, Interesting and Applicable

## Cilj:

Preizkušanje dejavnosti IBL (učenja s preiskovanjem),  
uvajanje faz preiskovanja, razmišljanje o obstoječih  
prepričanjih in praksah v zvezi z IBL pri matematiki

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)





**Kvadrat lahko razdelimo/razrežemo na manjše kvadrate.**

**Razišči:**

**Na koliko manjših kvadratov ga lahko razdelimo? Če obstaja več rešitev, zapiši vse. Ali obstaja tako število  $n$ , da je razdelitev kvadrata na  $n$  manjših kvadratov nemogoča? Zapiši vse rešitve.**





for 30 seconds  
for 1 minute  
during class  
before class

# THINK

Ask students to respond to a question independently

with pen and paper  
or a laptop

in writing  
as you doodle

turn to your neighbor  
walk across the room

group size = 2  
group size = 3 or 4

# PAIR

Have students compare answers in small groups

come to consensus  
agree to disagree

explain your reasoning  
share your opinion

with the whole class  
with another group

verbally  
in writing

# SHARE

Ask students to share their work with the class

via polling software  
via whiteboard

class discussion  
time for telling

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

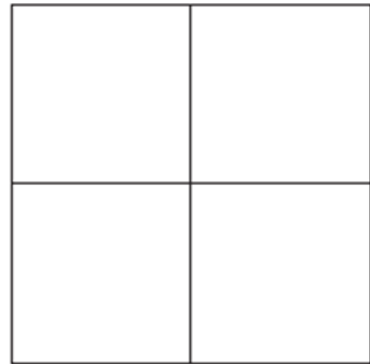
The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

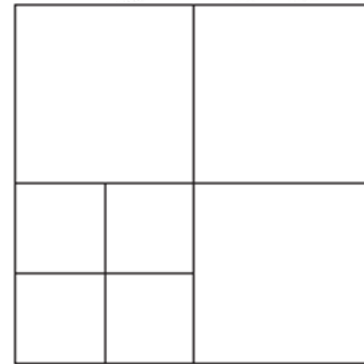




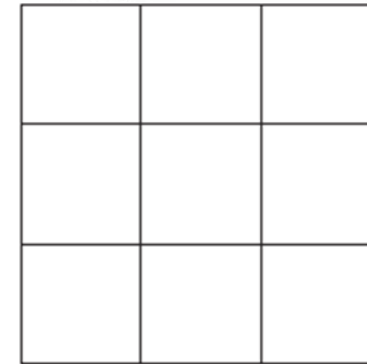
# Nekaj primerov delitve



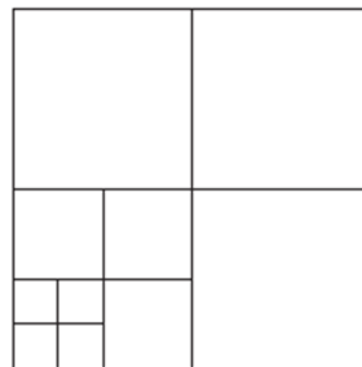
Four Squares



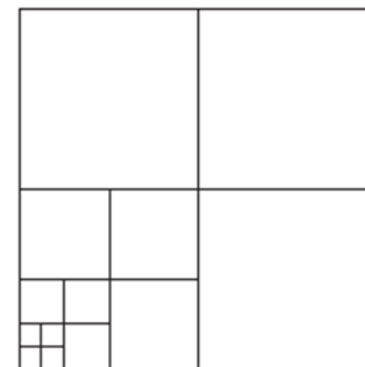
Seven Squares



Nine Squares



Ten Squares



Thirteen Squares





# Dodatni pogoji



- Ni potrebno, da so kvadrati enake velikosti.
- Ne štejemo kvadratov, ki so sestavljeni iz manjših kvadratov.

## Delne ugotovitve

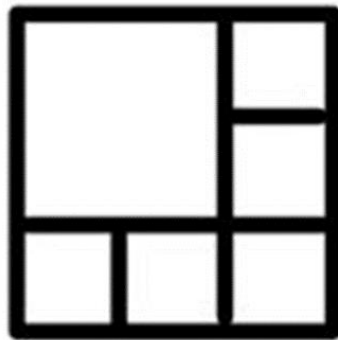
- Delitev kvadrata na 4, 9, 16, 25 kvadratov
- Če lahko razdelimo kvadrat na  $n$  kvadratov, ga lahko razdelimo tudi na  $n+3$  kvadrate.



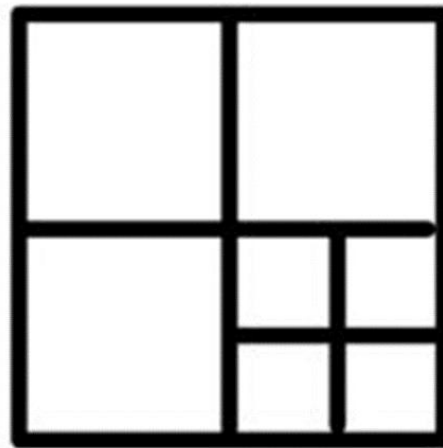
# Ugotovitve



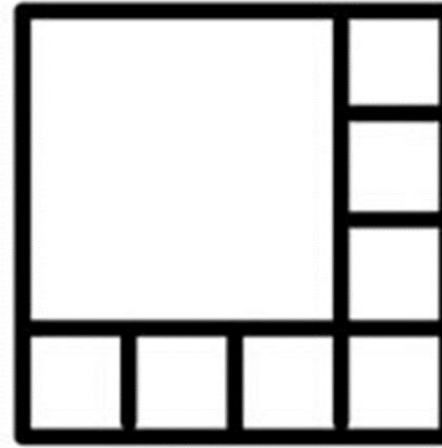
- Kvadrat lahko razdelimo na poljubno število manjših kvadratov z izjemo števil 2, 3 in 5. (Kvadrata ne moremo razdeliti na 2, 3 ali 5 kvadratov.)



6



7



8



# Vprašanja za diskusijo



- Kako ste se počutili ob reševanju naloge?
- Na katere težave ste naleteli?
- Katere strategije bi uporabili vaši dijaki?
- Katere cilje iz UN podpira/razvija naloga?
- V kateri fazi učnega procesa bi jo uporabili? S kakšnim namenom?
- Katere faze/korake/procese ste uporabili/identificirali v fazi preiskovanja?



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

# Uvod v Teorijo didaktičnih situacij (TDS)

Gregor Dolinar in Kristijan Cafuta, UL FE

V preiskovanje usmerjen pouk matematike  
(MERIA delavnica)

Rimske Toplice, 4.-5. februar 2019.

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

# Bralec misli



- Igra: <http://www.flashlightcreative.net/swf/mindreader/>
- **Problem:** Za vsako dvomestno število pogledajte razliko med številom in njegovim obrnjenim številom (za 83 je obrnjeno število 38).
- Ali kaj opazite? Kako to razložiti? Zapišite svoje **zaključke**.



# Bralec misli



- Igra: <http://www.flashlightcreative.net/swf/mindreader/>
- **Problem:** Za vsako dvomestno število pogledajte razliko med številom in njegovim obrnjenim številom (za 83 je obrnjeno število 38).
- Ali kaj opazite? Kako to razložiti? Zapišite svoje **zaključke**.
- Kaj so **pričakovani dosežki (standardi znanja)** pri tem problemu?





# Obrnimo številke (ab-ba) – deli učne ure



- Napišite dele učne ure, ki ste jih opazili v tem scenariju.
- Obstajajo podobni deli tudi na drugih učnih urah?
- Grupirajte aktivnosti v manjše število [faz](#).



# Obrnimo številke (ab-ba) – deli učne ure



- Napišite dele učne ure, ki ste jih opazili v tem scenariju.
- Obstajajo podobni deli tudi na drugih učnih urah?
- Grupirajte aktivnosti v manjše število **faz**.
  
- Razporedite dodatne **kartice**. Imenujte **faze**.



Učitelj predstavi problem dijakom.	Dijaki prevzamejo odgovornost za reševanje problema.	
Učitelj preveri, če so dijaki razumeli problem.	Dijaki poizkušajo različne strategije za reševanje problema.	Učitelj hodi po učilnici in opazuje delo dijakov.
Če nobena skupina dijakov ne napreduje, učitelj vodi razpravo in postavi lažji problem.	Dijaki formulirajo hipoteze.	Dijaki vstavljajo konkretna števila.
Učitelj organizira predstavitev rešitev.	Dijaki predstavijo svoje zaključke.	Dijaki zapišejo svoje zaključke.
Dijaki testirajo svoje strategije in primerjajo svoje rezultate z drugimi.	Dijaki (s pomočjo ali brez učitelja) dokažejo svoje trditve.	Dijaki razpravljajo o dokazu.
Učitelj poveže rešitve dijakov s pričakovanimi dosežki (standardi znanja).	Učitelj z dodatnimi vprašanji preveri, ali je dijakom zaključek jasen.	

# Tradicionalno poučevanje



# Tradicionalno poučevanje

Učitelj

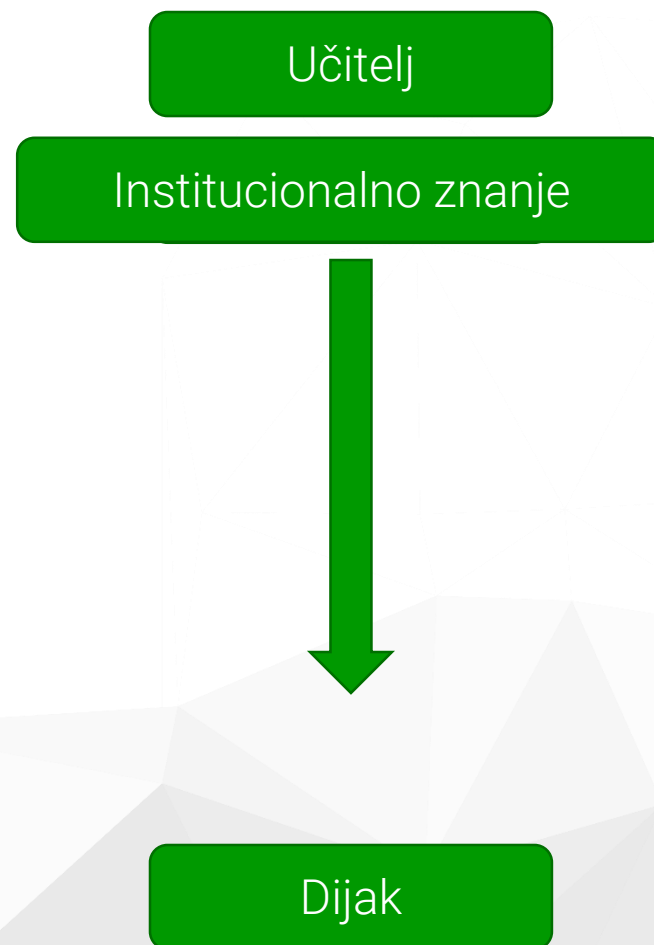


Institucionalno znanje

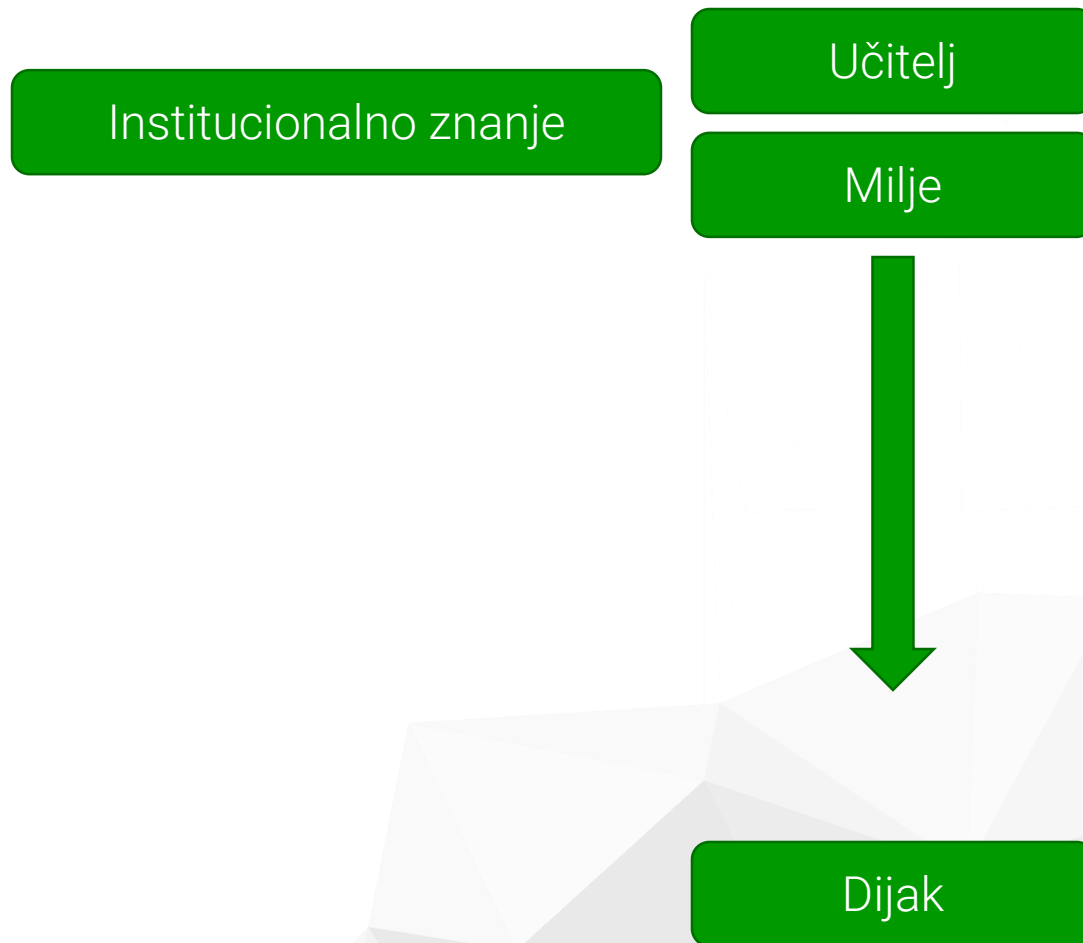
Dijak



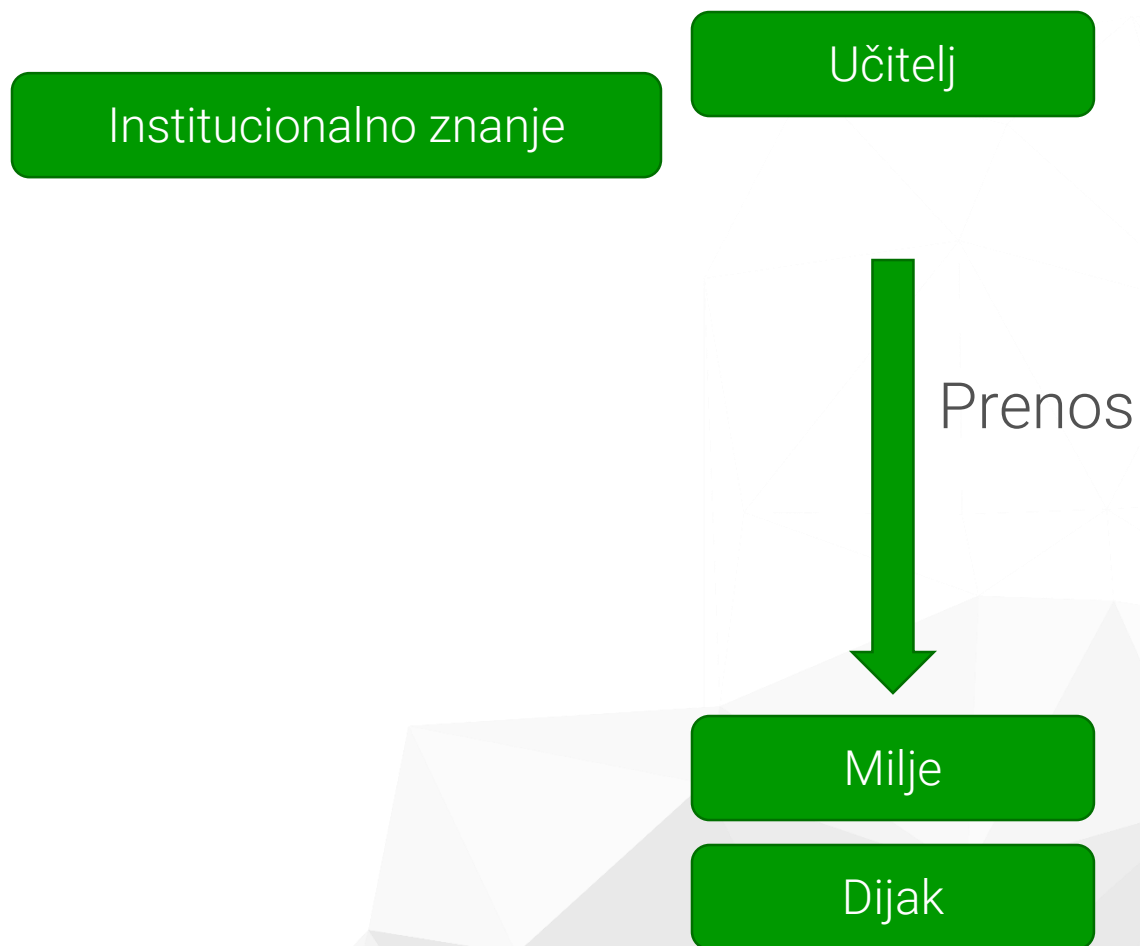
# Teorija didaktičnih situacij



# Teorija didaktičnih situacij

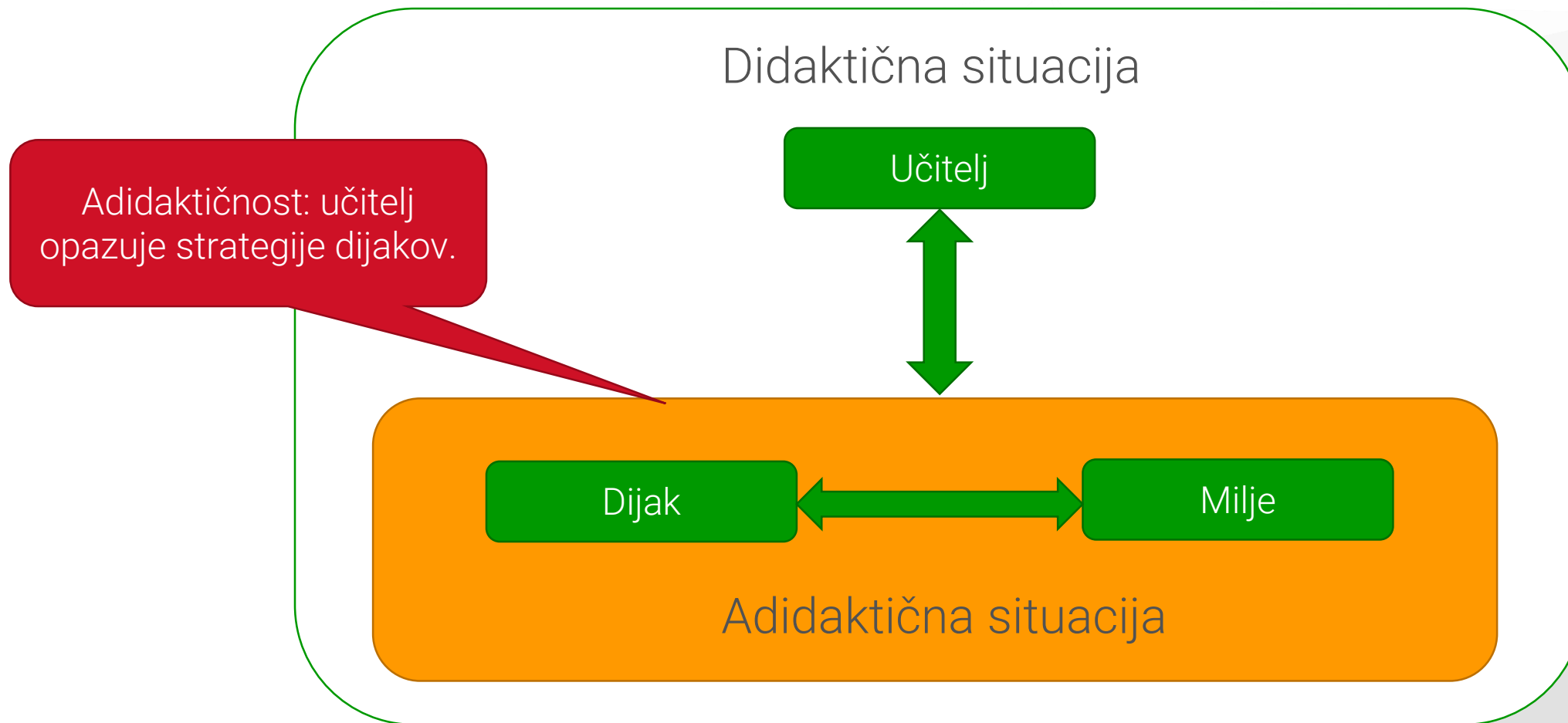


# Teorija didaktičnih situacij

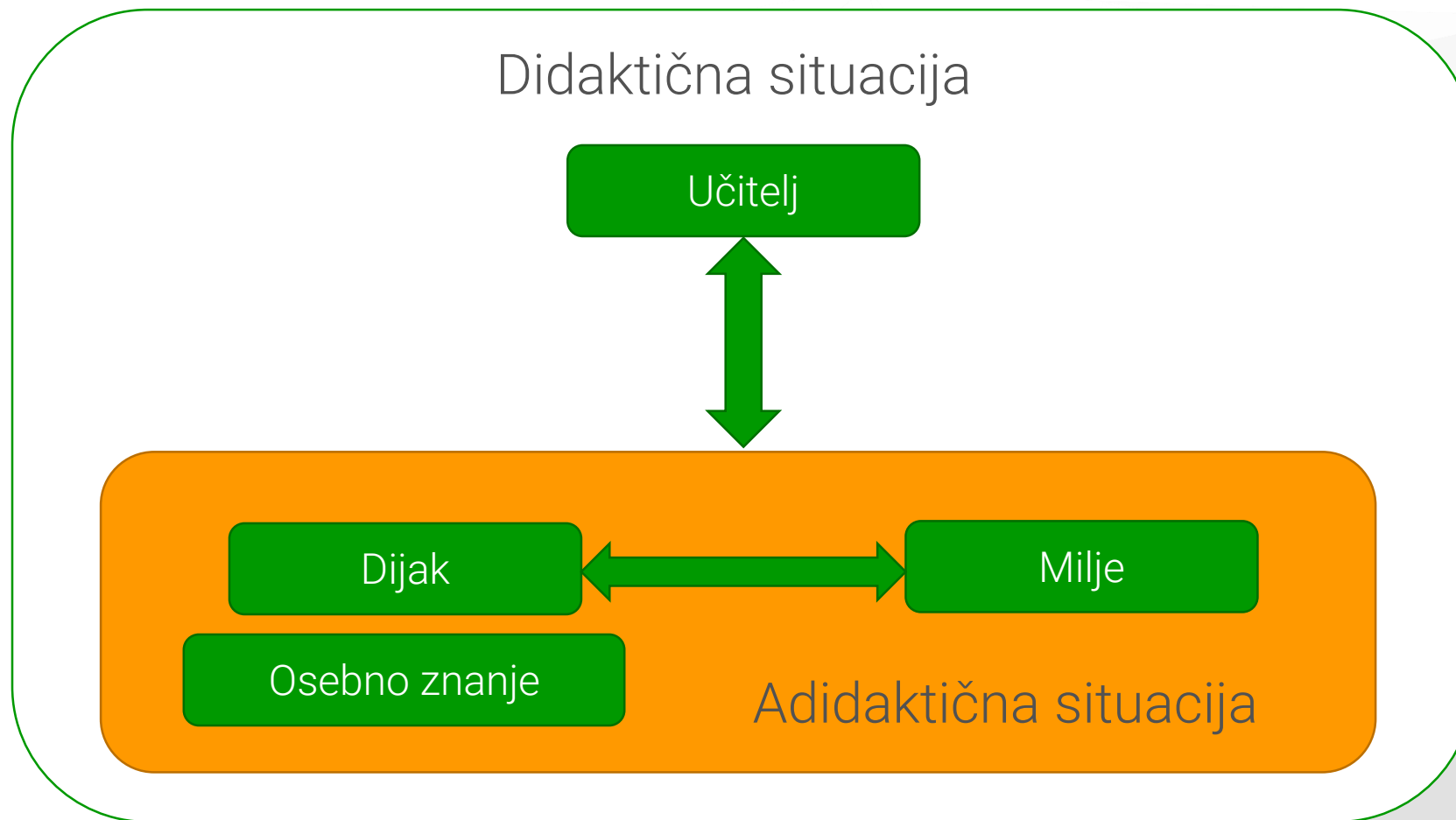




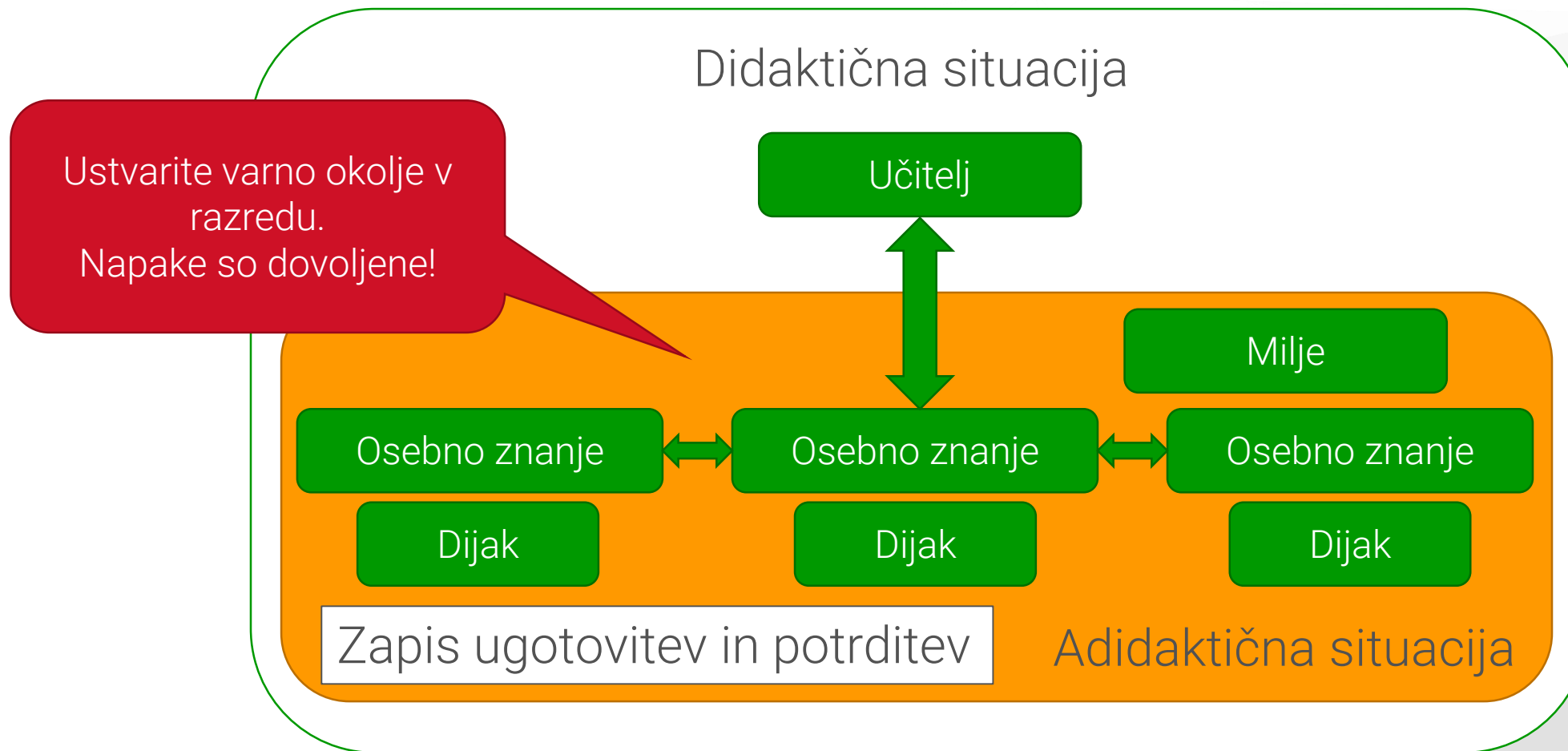
# Teorija didaktičnih situacij



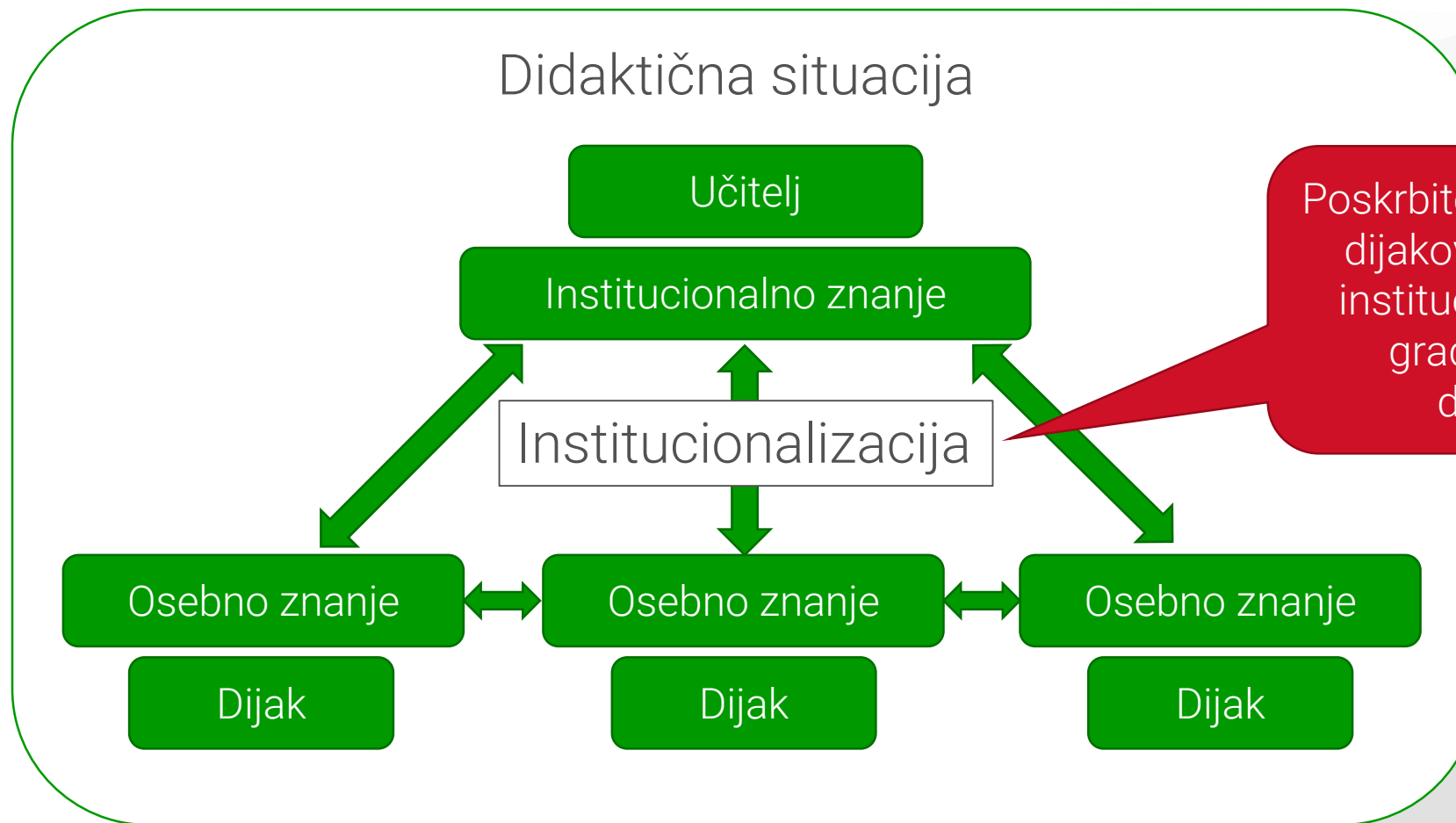
# Teorija didaktičnih situacij



# Teorija didaktičnih situacij



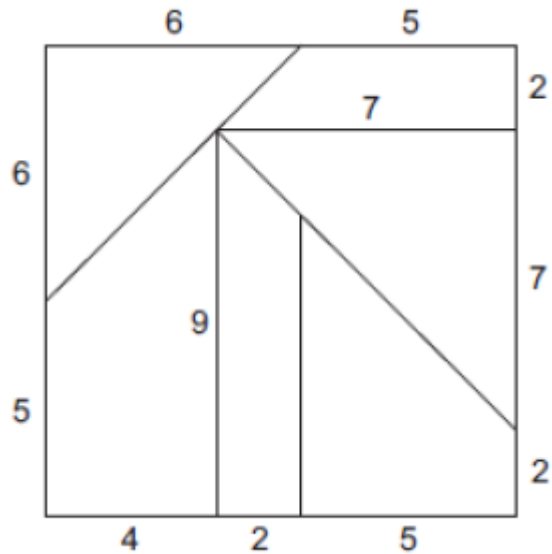
# Teorija didaktičnih situacij



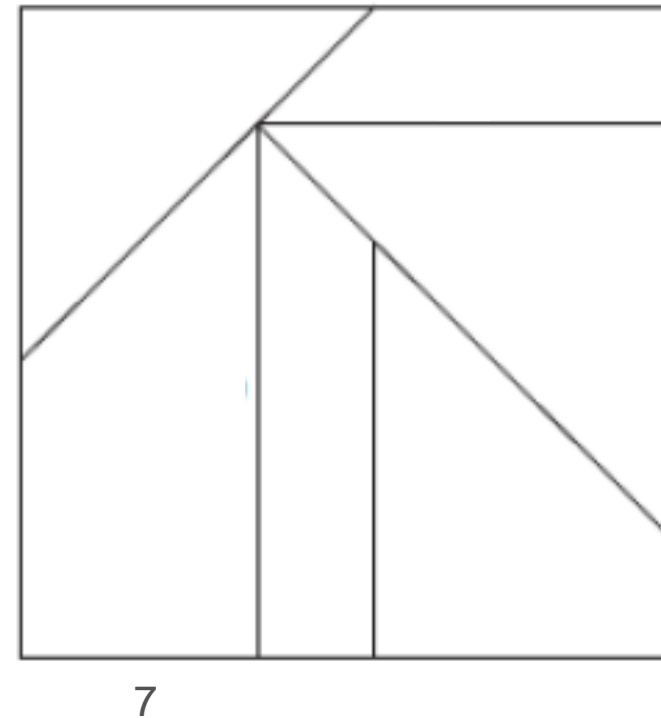
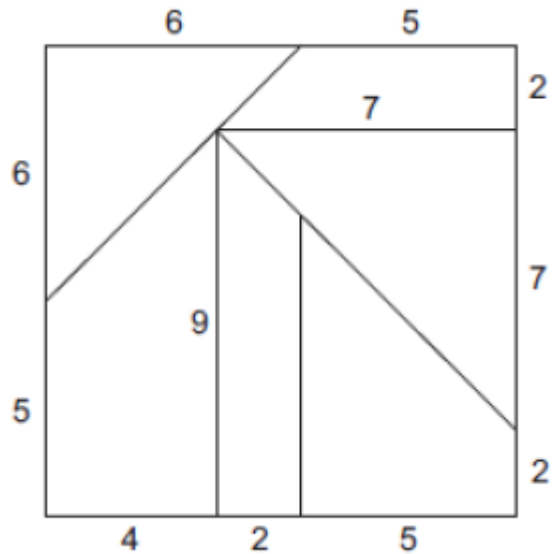
Poskrbite, da so strategije dijakov vidne in da se institucionalno znanje gradi na njihovih doprinosih!



# Primer: sestavljanjanka



# Primer: sestavljanjanka



# Faze TDS



	Vloga učitelja	Vloga dijakov	Milje	Situacija
Prenos oz. Devolucija (Devolution)	Predstavi, preda milje	Sprejmejo, se poskušajo lotiti problema	Se vzpostavlja	Didaktična
Delovanje (Action)	Opazuje in razmišlja	Ukrepajo in razmišljajo	Raziskujejo problem	Adidaktična
Zapis ugotovitev (Formulation)	Organizira in po potrebi spodbuja s pomočjo vprašanj	Formulirajo čimbolj specifično	Odprta diskusija	Adidaktična ali didaktična
Potrditev (Validation)	Poslušaja in po potrebi vrednoti	Argumentirajo, poskušajo slediti argumentom drugih	Vodena diskusija	Pogosto didaktična
Oblikovanje ustaljenega zapisa oz. Institucionalizacija (Instiutualisation)	Predstavi in pojasni	Poslušajo in razmišljajo	Institucionalizirano znanje	Didaktična



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

# Vloga učitelja pri preiskovanju

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.



# Scenarij *Tovarna koles* in analiza izdelkov



- Preberimo in se pogovorimo o scenariju *Tovarna koles* (15 min)
- Poglejmo si izdelke učencev, opišite različne strategije reševanja učencev.  
Pripravite predstavitev različnih strategij. (20 - 30 min)
- Predstavitve strategij. Razprava o različnih načinih reševanja scenarija in povzetek predstavitev.



# Kako smo izvedli analizo?



- Kako so potekali koraki naše analize?
- Za koga so zapisani koraki analize? Kaj manjka?
- Dopolnimo korake analize z aktivnostmi učitelja.
  - Preberimo in se pogovorimo o scenariju Tovarna koles (15 min)
  - Poglejmo si izdelke učencev, opišite različne strategije reševanja učencev. Pripravite predstavitev. (20 - 30 min)
  - Predstavitve strategij. Razprava o različnih načinih reševanja scenarija in povzetek predstavitev.



# Kako smo izvedli analizo?



- Kako so potekali koraki naše analize?
- Za koga so zapisani koraki analize? Kaj manjka?
- Dopolnimo korake analize z aktivnostmi učitelja.
- Dopolnjene korake povežimo s koraki reševanja Teorije didaktičnih situacij.
- Preberimo in se pogovorimo o scenariju  
*Tovarna koles* (15 min)
  - prenos
  - delovanje
  - zapis ugotovitev
  - potrditev
  - oblikovanje ustaljenega (matematičnega) zapisa
- Poglejmo si izdelke učencev, opišite različne strategije reševanja učencev. Pripravite predstavitev. (20 - 30 min)
- Predstavitve strategij. Razprava o različnih načinih reševanja scenarija in povzetek predstavitev.



$$f(x) = 120 \cdot 1200 + 300000$$

Ket. nilai sekitar 1200 izdelan da se približno vsaj B

A

f(x)	x
300 120	1
300 600	5
301 800	15
303 600	30
312 000	100
307 200	60
444 000	1200

$$f(x) = 120 \cdot 60 + 300000$$

$$f(x) = 307200$$

$$f(x) = 120 \cdot 1 + 300000$$

$$f(x) = 120 + 300000$$

$$f(x) = 300120$$

$$f(x) = 120 \cdot 5 + 300000$$

$$f(x) = 600 + 300000$$

$$f(x) = 300600$$

$$f(x) = 120 \cdot 15 + 300000$$

$$f(x) = 1800 + 300000$$

$$f(x) = 301800$$

$$f(x) = 120 \cdot 30 + 300000$$

$$f(x) = 3600 + 300000$$

$$f(x) = 303600$$

$$f(x) = 120 \cdot 100 + 300000$$

$$f(x) = 12000 + 300000$$

$$f(x) = 312000$$

B

x	f(x)
1	450 110
5	450 550
15	451 650
30	453 300
60	456 000
100	461 000

$$f(x) = 110 \cdot 100 + 450000$$

$$f(x) = 461000$$

$$f(x) = 110 \cdot 1 + 450000$$

$$f(x) = 450110$$

$$f(x) = 110 \cdot 5 + 450000$$

$$f(x) = 450550$$

$$f(x) = 110 \cdot 15 + 450000$$

$$f(x) = 451650$$

$$f(x) = 110 \cdot 30 + 450000$$

$$f(x) = 453300$$

$$f(x) = 110 \cdot 60 + 450000$$

$$f(x) = 456000$$

C

x	f(x)
1	660 000
5	660 300
15	660 900
30	661 800
60	663 600
100	666 000

$$f(x) = 60 \cdot 100 + 660000$$

$$f(x) = 666000$$

$$f(x) = 60 \cdot 1 + 660000$$

$$f(x) = 660000$$

$$f(x) = 60 \cdot 5 + 660000$$

$$f(x) = 660300$$

$$f(x) = 60 \cdot 15 + 660000$$

$$f(x) = 660900$$

$$f(x) = 60 \cdot 30 + 660000$$

$$f(x) = 661800$$

$$f(x) = 60 \cdot 60 + 660000$$

$$f(x) = 663600$$

Če je fiksni strošek obratovanja tovarne končni in<sup>st</sup>ga  
 plaša le enkrat, bo za dolgoročno produkcijo z  
 nižjim številom proizvedenih koles <sup>bodo</sup> stroški c in njegovi  
 stroški najnižji. Višje je število proizvedenih koles, bo  
 pripomoglo k vedno nižjih stroškom. Kot človek, ki hoče  
 imeti uspešno tovarno morate razmišljati o dolgotrajni  
 produkciji, z visokim številom proizvoda.

<del>NA</del>	<del>6000</del>	<del>1</del>	<del>10</del>
<del>A</del>	<del>10200000</del>	<del>20</del>	<del>20€</del>
<del>C</del>	<del>10200000</del>	<del>20</del>	<del>60€</del>

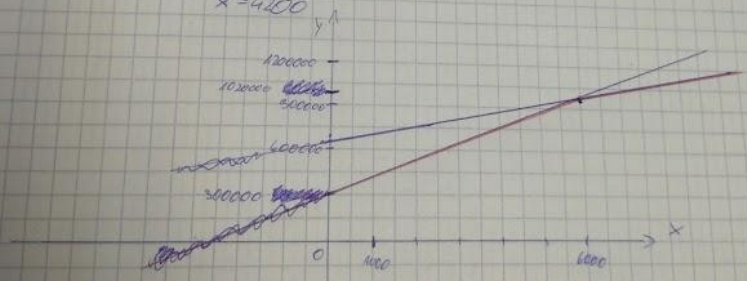
- A  $y_1 = 120x + 300000$
- B  $y_2 = 110x + 450000$
- C  $y_3 = 60x + 660000$
- D  $y_4 = 80x + 680000$

1)  $y_1 = y_2$   
 $120x + 300000 = 110x + 450000$   
 $10x = 150000$   
 $x = 15000$

A B C D  
 do 6000 / nad 6000 /

2)  $120x + 300000 = 60x + 660000$   
 $60x = 360000$   
 $x = 6000$

3)  $110x + 450000 = 60x + 660000$   
 $50x = 210000$   
 $x = 4200$



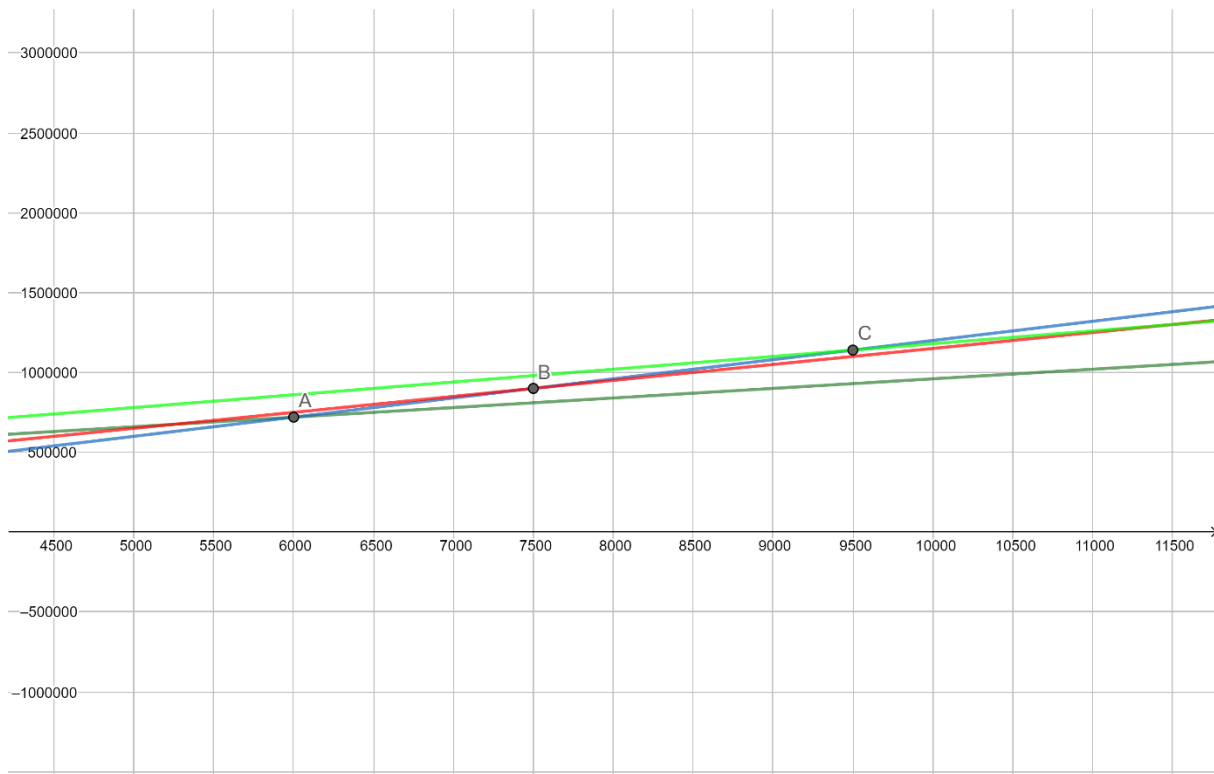
$$y = \begin{cases} 120x + 300000; & x \in [0; 6000] \\ 60x + 660000; & x \in (6000; \infty) \end{cases}$$

**Primož, Grega**

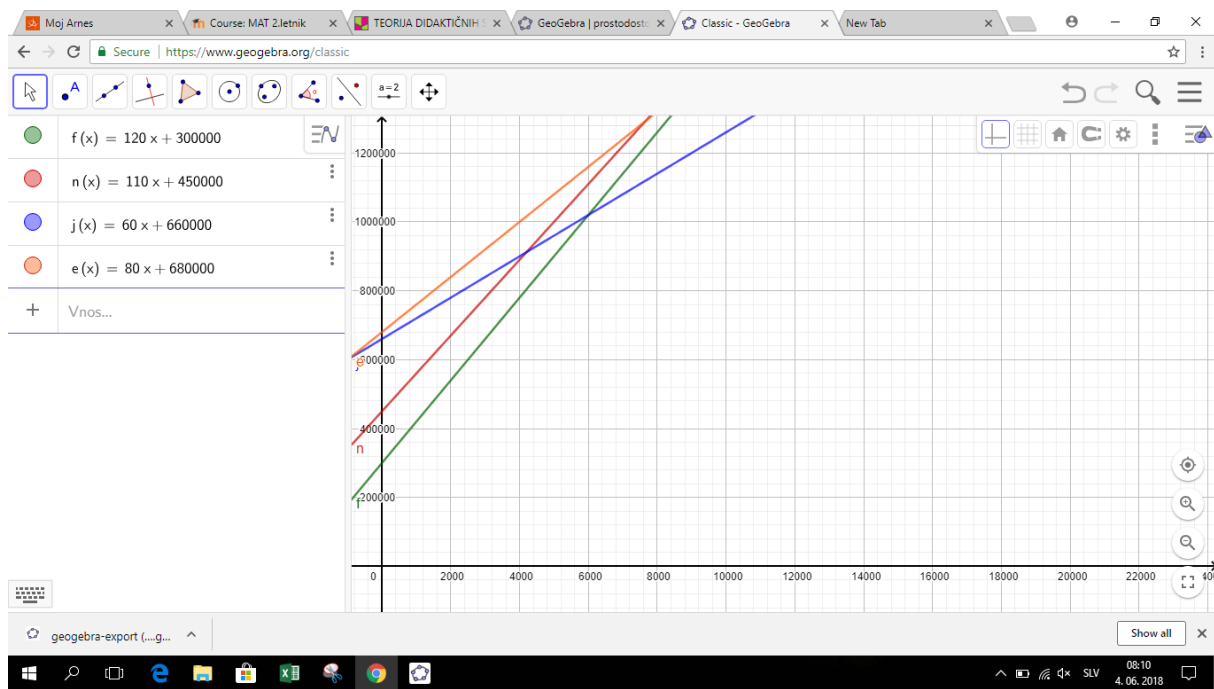
Ugotovila sva, da če bodo naredili 6000 ali manj koles je najboljše območje A, če pa bodo naredili 6000 ali več koles pa je najboljše območje C.



Marko, Primož



V primeru da izdelamo manj kot 6000 koles, je najbolj ugodna lokacija A, če pa izdelamo več kot 6000 koles je pa najbolj ugodna lokacija C. Ostali lokaciji st manj ugodni.



POROČILO :

#### DELITVE STROŠKOV GLEDE NA OBSEG PROIZVODNJE:

1. **Stalni (fiksni) stroški**, ki so **neodvisni od obsega proizvodnje**; to pomeni, da jih ne povzroča proizvodnja, pač pa **pripravljenost na proizvodnjo**; sem spadajo na primer stroški zavarovanja pr. sredstev, stroški časovne amortizacije, obresti dolgoročnih kreditov, najemnine, plače vodilnih delavcev,...

Fiksni stroški se spreminjajo na enoto proizvoda, kot celota pa ne, oziroma se spremenijo šele takrat, ko se na trgu spremenijo cene fiksnih inputov (na primer stroški zavarovanja). Za finančni izid prevoznika je izredno pomembna dobra izkoriščenost zmogljivosti prevoznega sredstva.

Fiksne stroške delimo v dve osnovni skupini:

- **neomejeno stalne (=absolutno fiksne) stroške** in
- **omejeno stalne (=relativno/consko fiksne) stroške**.

$$f(x) = \begin{cases} 300\,000 + 120x, & x < 600\,000 \\ 660\,000 + 60x, & x \geq 600\,000 \end{cases}$$

Ko upoštevamo zgoraj navedene fiksni stroške in dano ceno proizvodnje koles posameznega kolesa ugotovimo, da je v primeru proizvodnje do 600 000 najbolj ugodna opcija A, ko je ta proizvodnja višja je najugodnejša opcija C.



1000  
A: 300 000  
120 000

B: 450 000  
110 000

C: 660 000 60 000

D: 680 000 80 000

100.000

A: 1300000

B: 1145000

C: 666 0000

D: 868 0000

250.000

A: 300.000

~~2000000~~

30000000

B: 450 000

~~115 00000~~

C: 66 0000

30600000

10000  
A: 300 000 } 15 00000  
120 0000 }

450.000 } 155 0000  
110000 }

66 0000 } 126 0000 ✓  
60 0000 }

680000 } 148 0000  
800000 }

D: 544 000000

20000000

65.000 koles

A: 300.000	B: 450.000	C: 660.000	D: 680.000
780.000	715.000	390.000	520.000
<u>8.000.000</u>	<u>7.600.000</u>	<u>4.560.000</u> ✓	<u>5.200.000</u>

5.000 koles:

A: 300.000	C: 660.000
600.000	330.000
<u>9.000.000</u> ✓	<u>3.600.000</u>

7.000 koles:

A: 300.000	C: 660.000
840.000	420.000
<u>4.200.000</u> ✓	<u>4.200.000</u>

6.000 koles

A:	B: 660.000
300.000	360.000
<u>7.200.000</u>	<u>10.200.000</u>
10.200.000 =	

Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

# Preiskovanje z MERIA scenariji

Kristijan Cafuta, UL FE

V preiskovanje usmerjen pouk matematike  
(MERIA delavnica)

Rimske Toplice, 4.-5. februar 2019.

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

# Preberite scenarij

- Analizirajte in rešite problem



# Raziščite scenarij



- Analizirajte problem
- Raziščite scenarij - bodite pozorni na vprašanja:
  - Kako ocenjujete potrebnost vsake faze?
  - Kaj menite o jasnosti opisa faz?
  - Kaj pogrešate v primeru, da želite ta scenarij poizkusiti s svojim razredom?



# Predstavite scenarij



Pripravite se za predstavitev scenarijev.

1. Problem
2. Standardi znanja (pričakovani dosežki)
3. Nekaj pričakovanih strategij dijakov
4. Možni problemi za učitelja



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

# Spremenjena vloga učenca in učitelja pri preiskovanju

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

# Spremenjena vloga

## <http://url.sio.si/BTd>

- Katere so prednosti IBL za učenca?
- Katere so prednosti IBL za učenca?





# Kaj s tem pridobi učenec in kaj učitelj?



- V središču učnega procesa je učenec.
- **Učenec je aktiven** v procesu izgrajevanja/usvajanja znanja in je zanj odgovoren.
- Učenec **zastavlja vprašanja** in z vrstniki **razpravlja** o svojih idejah ter **podaja povratne informacije**.
- Učenec je **vklučen v proces načrtovanja**, npr. daje ideje za preiskovanja.
- Učenec novo znanje gradi na tem, kar že zna.



# Vloga učitelja



- načrtuje in predstavi raznolike probleme, ki učence spodbudijo k razmišljanju ob usvajanju vsebine in ustvarjanju povezav

- vzpostavi sodelovalno okolje, v katere učenci izmenjujejo ideje in odpira prostor za raziskovanje alternativnih poti

- zastavlja vprašanja, ki sprožajo miselne procese, omogočajo komunikacijo, podirajo učence pri preiskovanju, razkrivajo napačne predstave učencev

- ustvarja priložnosti, da učenci prevzemajo odgovornost za učenje in jih podpira pri prevzemanju dejavnejše vloge



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

# Vloga konteksta pri poučevanju matematike

mag. Mojca Suban

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

# Padlet



- <http://url.sio.si/BTd>

Prednosti za učitelja:

U:

Prednosti za dijaka:

D:

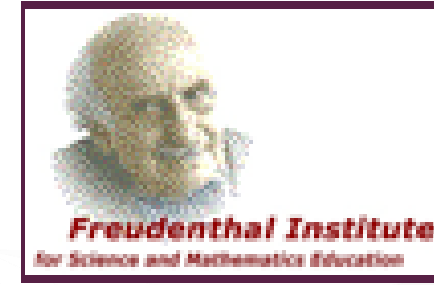




- Kontekst igra pomembno vlogo v RME
- **Realistic Mathematics Education**
- **Učenje in poučevanje matematike v realističnem kontekstu**
- Freudenthalov inštitut, Utrecht, Nizozemska



# Hans Freudenthal (1905-1990)



Matematika kot človekova dejavnost

- izgrajevanje vsebine iz realnosti
- organiziranje pojavov s pomočjo matematičnih orodij



Vir: Drijvers, 2017



# Zakaj RME?



Freudenthal nasprotuje »anti-didaktični inverziji«: zaključek dela matematika je začetek poučevanja (matematika se podaja učečemu že v strukturirani obliki).

2.	$15-8=$	$150-80=$	$130-40=$	$1400-30=$
	$23-7=$	$430-60=$	$360-80=$	$4700-40=$
	$34-9=$	$520-90=$	$940-50=$	$8400-70=$
	$152-6=$	$1630-40=$	$370-80=$	$6700-90=$
	$394-8=$	$4720-50=$	$540-90=$	$5300-10=$

3.	$15+8=$	$150+80=$	$2347+ 5=$	$4972+ 5000=$
	$26+7=$	$260+70=$	$1652+ 40=$	$3286+ 300=$
	$39+5=$	$580+90=$	$2382+ 500=$	$5729+ 60=$
	$157+6=$	$3750+80=$	$3785+3000=$	$1758+ 7=$
	$348+8=$	$7860+60=$	$2531+ 18=$	$2583+ 17=$

4.	$1208$	$1065$	$1413$	$1829$	$2700$
	$\underline{\quad} 7 \times$	$\underline{\quad} 6 \times$	$\underline{\quad} 7 \times$	$\underline{\quad} 3 \times$	$\underline{\quad} 2 \times$
	$123$	$456$	$789$	$903$	$777$
	$\underline{\quad} 9 \times$	$\underline{\quad} 8 \times$	$\underline{\quad} 7 \times$	$\underline{\quad} 8 \times$	$\underline{\quad} 6 \times$

Alternativa mehanicističnemu poučevanju matematike

Vir: Drijvers, 2017



# Realistično matematično izobraževanje



- teorija o učenju in poučevanju matematike
- odgovor na omejitve mehanicističnega in strukturalističnega pristopa k matematičnem izobraževanju

Vir: Drijvers, 2017

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union





RME kot odgovor na omejitve mehanicističnega in strukturalističnega pristopa k matematičnem izobraževanju

## Mehanicistično matematično izobraževanje

- zgolj računanje s števili
- brez uporabe
- transmisijski pristop k poučevanju

## Realistično matematično izobraževanje

- načelo aktivnosti
- načelo realističnosti
- načelo postopnosti
- prepletanje načel
- načelo interaktivnosti
- načelo vodenja

(Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2013)

Vir: Drijvers, 2017



# Video

- Katera načela so pomembna pri izboru konteksta pri nalogi?
- Kaj je matematična fenomenologija?



# Značilnosti RME



- smiseln in pomemben kontekst kot vstopna točka za učenje
- postopna matematizacija od neformalnih strategij
- prepletanje matematičnih vsebin
- interakcija
- prostor za samostojno dijakovo izgrajevanje znanja

(Treffers, 1987)



# »Matematizacija«



## Mathematising

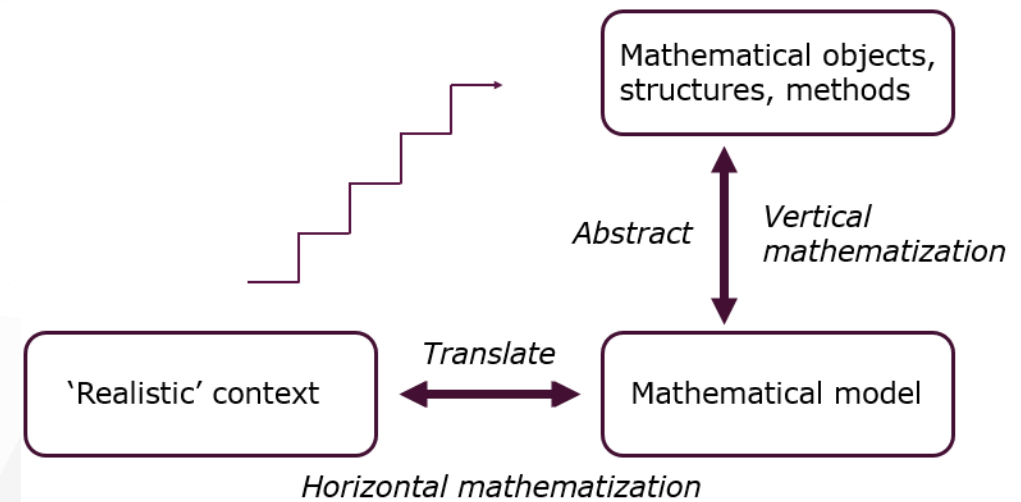
RME promotes mathematics as a human activity. Freudenthal calls one of main components of this activity *mathematising*:

*Mathematising is the entire organising activity of the mathematician, whether it affects mathematical content and expression, or more naive, intuitive, say lived experience, expressed in everyday language... (The goal is) offering non-mathematical rich structures in order to familiarise the learner with discovering structure, structuring, impoverishing structures and mathematising. By this means he may discover the powerful poor structures in the context of the rich ones in the hope that, by this approach, they will also function in other (mathematical as well as non-mathematical) contexts. Starting with poor mathematical structures may mean that one will never reach the rich non-mathematical ones, which are in fact the proper goal. (Freudenthal, 1991, p.31 and p.41)*

Mathematising involves: axiomatising (creating an axiomatic mathematical system), formalising (the transition from an intuitive to a formal approach), schematising (forming meaningful networks of concepts and processes), algorithmising (the transition from solving a problem by hard work to solving it by routine), modelling (building schemes that represent, idealise, simplify other schemes), etcetera.

One can distinguish two directions in mathematising: horizontal and vertical (Treffers, 1987). Horizontal mathematising is the transition of a problem or situation into a mathematical discourse. It enables the *mathematical* treatment or discussion of the situation. Vertical mathematising is mathematising within a mathematical discourse.

## Mathematization



Vir: Drijvers, 2017

# Oglejmo si primere nekaterih nalog in vlogo konteksta v njih. (think-pair-share)

Tema: Vloga konteksta v danih primerih z vidika RME

Preučite primere in odgovorite na vprašanja:

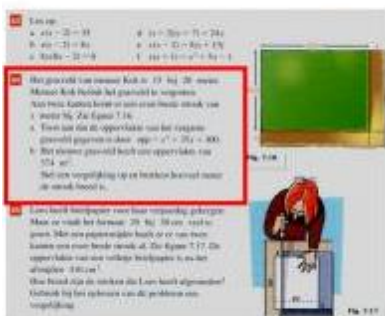
- Kakšno matematizacijo (vertikalno, horizontalno vzpodbujajo dani konteksti/situacije?)
- Katere neformalne modele lahko pričakujemo od dijakov?
- Ali je kontekst pomemben? Ali ga lahko izpustimo? Ali ga lahko naredimo pomembnega?
- Ali lahko kontekst drugače/bolje izkoristimo?
- Ali lahko dijaki za matematični pristop h kontekstu uporabijo zdrav razum?
- Je kontekst smiseln? Je uporabljen na razumen način?
- Ali kontekst naredi matematiko bolj pomembno?



## Vloga konteksta pri poučevanju matematike z vidika RME

### Primeri nalog

#### Naloga A



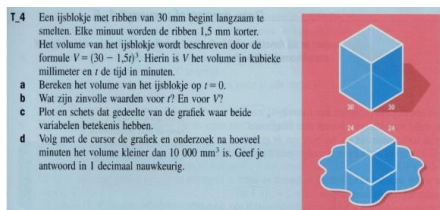
Gospod Novak se je odločil povečati svojo zelenico z dimenzijami  $15 \times 20$  metrov. Na dveh straneh zelenice je dodal pas s širino  $x$  metrov, kot je prikazano na sliki 7.16.

a) Pokaži, da je ploščina povečane zelenice enaka

$$x^2 + 35x + 300.$$

b) Povečana zelenica ima ploščino  $375 \text{ m}^2$ . Zapiši enačbo in izračunaj širino pasu.

#### Naloga B



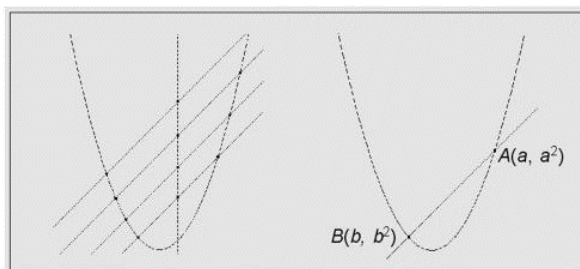
Ledena kocka z robom  $30 \text{ mm}$  se počasi tali. Vsako minuto postane njen rob krajši za  $1,5 \text{ mm}$ . Prostornino kocke opisuje predpis

$$V = (30 - 1,5t)^3,$$

kjer je  $V$  prostornina v  $\text{mm}^3$  in  $t$  čas v minutah.

- Izračunaj prostornino kocke pri  $t = 0$ .
- Katere smiselne vrednosti lahko zavzame  $t$ ? Katere  $V$ ?
- Nariši del grafa, za katere so vrednosti  $t$  in  $V$  smiselne.
- Pomagaj si z grafom in zapiši, čez koliko časa bo prostornina kocke manj kot  $10000 \text{ mm}^3$ . Odgovor naj bo natančen na eno decimalno mesto.

#### Naloga C

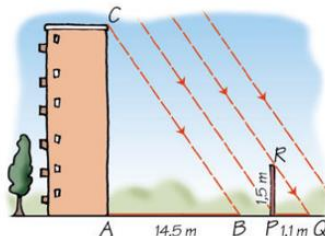


Parabola in premica se sekata. Pri vzporednem premikanju premice kaže, da se razpolovišče daljice s krajiščema v presečiščih premice in parabole premika po navpični premici. Ali to res drži? Odgovor utemelji.

### Naloga D

Nina želi izmeriti višino stanovanjskega bloka. V sončnem dnevu izmeri dolžino sence  $AB$  in ugotovi, da je  $14,5\text{ m}$ . Palica z dolžino  $1,5\text{ m}$  ima senco dolgo  $1,1\text{ m}$ .

- Dopolni:  $\triangle ABC \sim \triangle \dots$ , ker je \_\_\_\_\_ in \_\_\_\_\_.
- Oblikuj preglednico za razmerja in jo izpolni.
- Izračunaj  $AC$  v metrih na eno decimalno natančno.



### Naloga E

(Predpostavka: dijaki še ne poznajo logaritmov.)

Robi v banko položi  $100\text{ €}$ . Obrestna mera je  $2\%$ . Izpolni preglednico.

Znesek $Z$ v €	100	$\approx 108,24$	$\approx 129,36$	$\approx 199,99$	$\approx 507,24$
Čas $t$ v letih	0				

Ali poznaš funkcijo, s pomočjo katere izračunaš  $t$  iz  $Z$ ?

### Task F

Spodaj sta fotografiji iste nizozemske pokrajine s stolpom in mostom. Posneti sta iz različnih točk. Kaj je višje: stolp ali most? Odgovor utemelji.



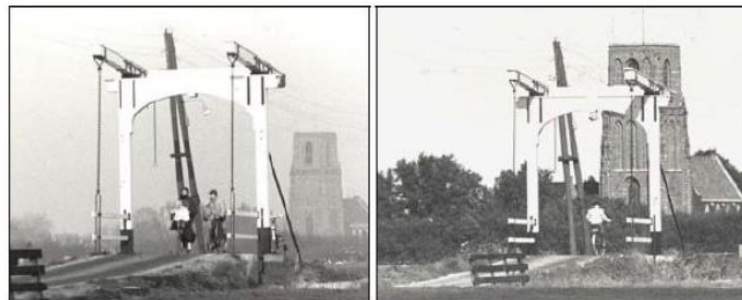
# Bogat kontekst in bogata struktura naloge



Kako?

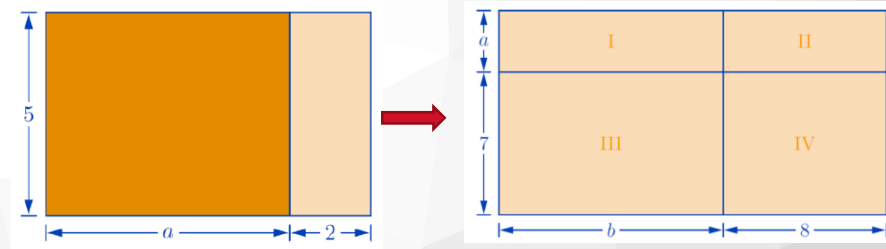
- naloga povezana je z različnimi aspekti učenca (vsakodnevne izkušnje, znanje, interesi, prosti čas...)

Kaj je višje stolp ali most?



- uporabnost rešitev presega zgolj obravnavano situacijo

Obravnava distributivnostnega zakona



- omogoča različne načine reševanja in rešitev na različnih nivojih

Po obravnavni spremenljivke in vstavljanja številskih vrednosti, dobi učenec nalogo, naj reši naslednje enačbe. Brez znanja o reševanju enačb bodo učenci uporabili različne strategije in načine razmišljanja.

$$\begin{aligned}2x &= 8 \\7 + x &= 15 \\x^2 &= 25 \\x + 8 &= 2x + 2 \\(x + 2)^2 &= 16\end{aligned}$$

Vir: MERIA PRACTICAL GUIDE TO INQUIRY BASED MATHEMATICS TEACHING

project.eu

does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union





# Kaj pomeni »realistično«?



- Več pomenov:
  - realistično v smislu **izvedljivo** v šolski praksi
  - realistično v smislu **povezave z realnim svetom** (vsakdanje življenje, domišljija, matematični svet)
  - realistično v smislu **smiselnosti in pomembnosti** za učence in dijake
  - realistično v smislu **»zich realiseren«** (razumeti, sprevideti, doumeti)

Vir: Drijvers, 2017



# Kontekst



## Pasti

- umeten
- zmeden, netočen (s perspektive znanosti)
- ne ponuja možnosti matematizacije
- ni nujno vzet iz vsakdanjega življenja
- pogosta zmota: RME naloga se začne z zgodbico iz resničnega življenja

## Ustrezen kontekst

- je smiseln in pomemben za učence in dijake
- je lahko iz vsakdanjega življenja, lahko pa je tudi iz sveta znanosti ali same matematike
- upošteva spretnosti, kompetence in interes učencev in dijakov

Vir: Drijvers, 2017



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

# Preiskovanje kot učenje

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

# Predstavitev/prenos scenarija



**Problem:** Oglejte si obe sliki. Če ju odprete na svojem pametnem telefonu ali računalniku, ju lahko enostavno povečate z vlečenjem. Kaj se zgodi s ploščino dela slike, ki jo pokriva piramida oz. črna stavba, ko sliki povečamo?



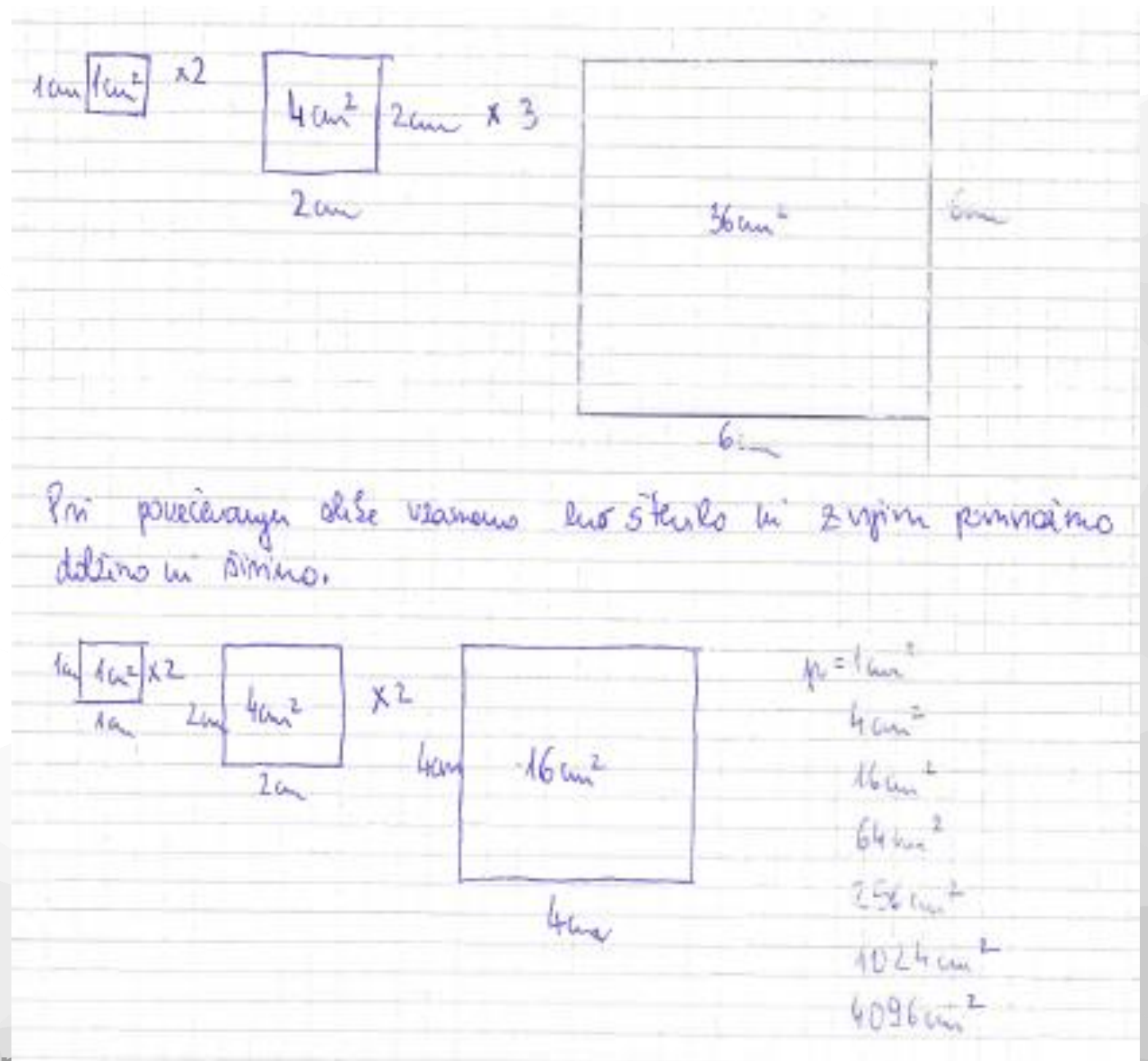
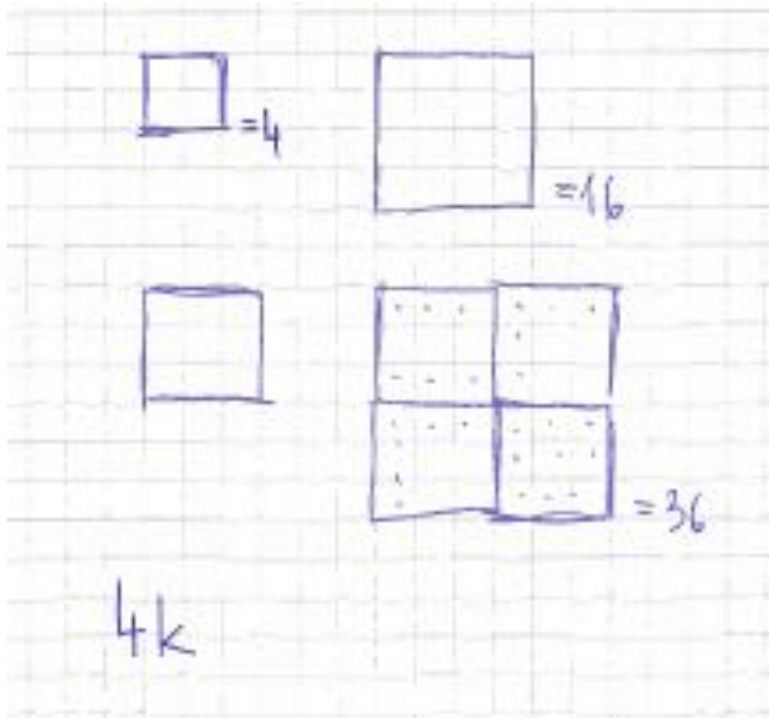
# Delavnica



- Zapišite nekaj pričakovanih pristopov, ki jih pričakujete od učencev.
- Predstavitev nekaterih pristopov.
- Pregled nekaterih že pripravljenih pristopov. Kako ravnamo, ob taki raznolikosti v razredu?



# Intervencija učitelja



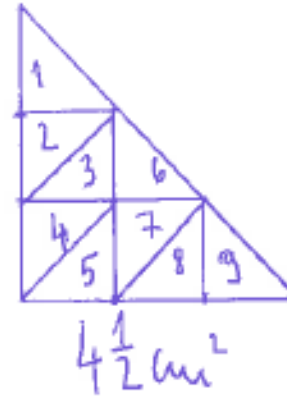
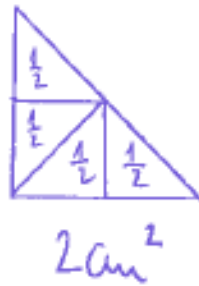
# Intervencija učitelja



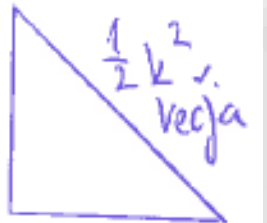
$$p = a \cdot x \cdot b \cdot x$$
$$p = x^2 (a \cdot b)$$

Običajno izračunamo površino pravokotnika z formulo

$$p = a \cdot b \cdot x^2$$



$$\frac{1}{2} \cdot k^2$$



trikotnik  
površina trikotnika  $\cdot k^2$   
 $k$  = koeficient povečave

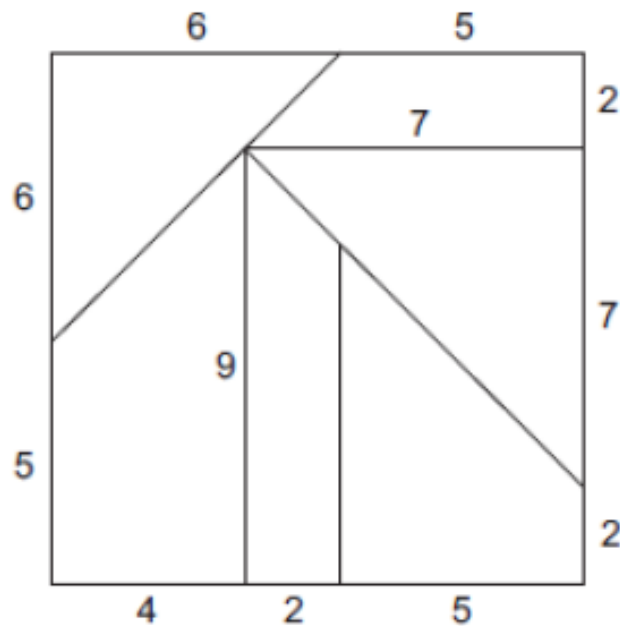


# Intervencija učitelja



Dijaki dobijo naslednje navodilo:

*Pred vami je šest delov sestavljanke, ki jih lahko zložite v kvadrat (primer: »tangram«, Slika 8). Naredili boste podobno sestavljanke, večjo od obstoječe sestavljanke, v skladu z naslednjim pravilom: daljica, ki na prvotnem delu sestavljanke meri 4 cm, naj na vašem povečanem delu sestavljanke meri 7 cm. Vsaka skupina štirih oz. petih dijakov dobi eno sestavljanke. Vsak dijak naj naredi vsaj en del oz. par dijakov naj naredi vsaj dva dela sestavljanke. Ob zaključku se morajo vsi nastali deli na enak način zložiti v kvadrat (Brousseau, 1997, str. 177).*



Slika 8: Sestavljanke, uporabljena v situaciji s sestavljanke

Nobena od skupin ne sestavi kvadrata pravilno.  
Kako naj učitelj v tem primeru podpre učence pri preiskovanju?





Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

# **Doseganje znanja po različnih poteh**

Dr. Selena Praprotnik, UL FE

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

# Doseganje znanja po različnih poteh



- IBMT – Inquiry Based Mathematics Education
- TDS – Theory of Didactical Situations (včeraj)
- RME – Realistic Mathematics Education (danes)
  - Matematika je človeška aktivnost.
  - Smiselna (meaningful) matematika **izhaja iz** bogatega konteksta.
  - Smiselna (meaningful) matematika **je uporabna v** bogatem kontekstu.
  - Katera od zadnjih trditev se zdi bolj smiselna?
- Dodatno: PRIROČNIK MERIA ZA POUČEVANJE MATEMATIKE S PREISKOVANJEM



# Smiselna (meaningful) matematika



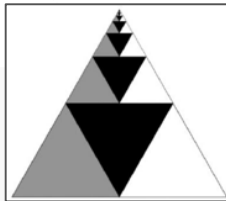
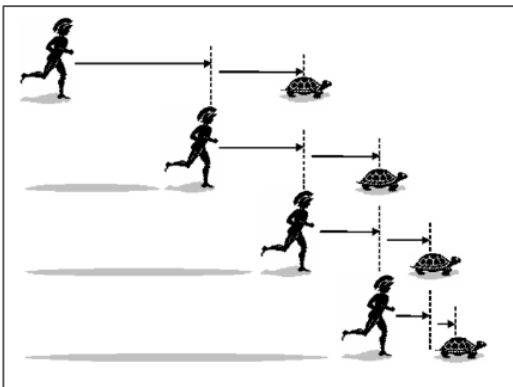
RME/IBMT shema

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n x^k = \frac{1}{1-x}$$

Abstrakten, bolj formalen matematični model

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{1-x}$$

Odgovor, dokaz, potrditev



Vertikalna matematizacija

Smiselna, bogata situacija

Horizontalna matematizacija

Neformalen matematični model

Matematično vprašanje, hipoteza, domneva



# Doseganje znanja na način RME



- Proces razmišljanja, ki ga učenci izvajajo, pri izvedbi scenarija cenimo prav toliko kot rezultat. **Usposobljenost za preiskovanje in matematizacija sta učna cilja** (poleg samega matematičnega znanja).
- Dijaki se naučijo, da od njih zahtevamo lastno razmišljanje.
- Uspeh dijakov bo različen, njihovi izdelki ne bodo lepi ali najbolj učinkoviti.
- Učitelj naj opazuje, kaj je naravno za dijake, in se potrudi, da konča z nadgradnjo strategij celega razreda. Dijaki za svojimi izsledki stojijo in si jih lastijo, ponosni so nanje. **Njihove zamisli imajo osrednjo vlogo.**



# Scenarij “tobogan” – uvod v odvod funkcije



- Cilj: Konceptualno razumevanje naklona krivulje kot naklona tangente;
- Naloga: Uporabi matematična orodja in zasnuj obliko tobogana ali smučarske skakalnice. Osredotoči se na enega od ukrivljenih delov in sredinski ravni del;
- Dve možni izvedbi: Vpelji koordinatni sistem in poišči enačbo za en ukrivljeni del in enačbo za ravni del;
- Uvedba koordinatnega sistema in enačb ni samoumevna! Dodatni stavek pri navodilu bistveno skrajša čas učne ure.



# Razmislite



1. Kakšne odločitve morajo dijaki sprejeti pri reševanju problema?
2. Katere odločitve naredimo namesto njih, ko jih vodimo skozi učne ure (spomnite se koordinatnega sistema)?
3. Kje imajo možnosti za posploševanje? Horizontalna / vertikalna matematizacija.
4. Primerjajte nalogo z običajnim načinom podajanja snovi.
5. Razlika v razumevanju pri takem načinu usvajanja znanja. Ali mislite, da dijak pri takem načinu vidi več smisla? Kakšna bo izkušnja dijakov pri taki učni uri v primerjavi z običajno?
6. Kako bi lahko uporabili scenarij v povezavi z učbenikom? Kje bi lahko izkušnja s scenarijem koristila pri razumevanju snovi v učbeniku?
7. Kako uporabiti neformalne modele dijakov pri posploševanju do ciljnega znanja?



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

# Od strukturiranih do odprtih nalog

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.



- Pozorno preberite nalogi A in C. Kaj vse bi lahko dijaki naredili sami, pa je v nalogah že določeno? (20 min)
- Predstavitev (5 min)
- Primerjajte manj strukturirano verzijo nalog B in D s strukturiranima različicama. O čem vse se lahko odloči dijak? (15 min)





## Od strukturiranih do odprtih nalog

### Primeri nalog

#### Naloga A

Zdravnik bolniku predpiše zdravilo in mu svetuje, naj jemlje dnevni odmerek 1500 mg. Po zaužitju odmerka se povprečno 25 % zdravila v enem dnevu izloči iz telesa bolnika. Preostali del zdravila ostane v krvi bolnika.

- a) Koliko mg zdravila je v krvi bolnika po enem dnevu?  
b) Izpolnite preglednico.

Dan	Mg zdravila v krvi
0	0
1	1125
2	
3	

- c) Pojasnite, zakaj lahko izračunate količino zdravila s formulo:  
**današnja vrednost = (včerajšnja vrednost + 1500) · 0,75.**  
d) Po koliko dneh ima bolnik v krvi več kot 4 g zdravila? In po koliko dneh 5 g?  
e) Kolikšna je največja količina zdravila, ki ga je mogoče doseči?

#### Naloga B

Zdravnik bolniku predpiše zdravilo in mu svetuje, naj jemlje dnevni odmerek 1500 mg. Po zaužitju odmerka se povprečno 25 % zdravila v enem dnevu izloči iz telesa bolnika. Preostali del zdravila ostane v krvi bolnika.

##### Preiskava

- Raziščite, kako se spreminja količina zdravila (v mg), potem ko bolnik začne jemati zdravilo v dnevnom odmerku 1500 mg, na primer trikrat po 500 mg.
- Ali so posledice izpuščenega dnevnega odmerka zdravila in/ali zaužitje dvakratnega odmerka res zelo dramatične?
- Ali je mogoče doseči poljubno količino zdravila v krvi? Pojasnite svoj odgovor.

##### Izdelek

Oblikujte letak za bolnike z odgovori na zgornja vprašanja. Vključite grafe in/ali preglednice, ki ponazarjajo količino zdravila v krvi bolnika za več dni.

### Naloga C: Računanje indeksa telesne mase (ITM)

S pomočjo računalna za računanje indeksa telesne mase odrasla oseba lahko ugotovi, ali je njegova telesna masa primerna.

**Izračunajte si svoj indeks telesne mase (ITM)**  
Vnesite vrednosti za višino in maso.

Višina:  metrov

Masa:  kilogramov

ITM:

**Imate idealno telesno maso.**

1. Naj bo *višina* konstantna pri 2 m. Dopolnite preglednico in z grafom prikažite svoje ugotovitve.

Masa [kg]	60	70	80	90	100	110	120	130	140
ITM									

- a) Kolikšen je največji ITM, pri katerem ima oseba premajhno telesno maso?
  - b) Kolikšen je najmanjši ITM, pri katerem ima oseba preveliko telesno maso?
  - c) Kaj se zgodi z maso, če se ITM podvoji?
  - d) Kakšen je predpis za izračun ITM iz mase?
2. Naj bo *masa* konstantna pri 80 kilogramov, višino pa spreminjamo.
- a) Kaj se zgodi z višino, če se ITM podvoji?
  - b) Kakšen je predpis za izračun ITM iz višine?
  - c) Narišite graf odvisnosti med višino in ITM.

### Naloga D: Računanje indeksa telesne mase (ITM)

S pomočjo spletnega računalna za računanje indeksa telesne mase odrasla oseba lahko ugotovi, ali je njena telesna masa primerna. Katere vrednosti ITM nakazujejo, da ima oseba preveliko ali premajhno telesno maso? Raziščite, kako računalno iz višine in mase izračuna ITM.

**Izračunajte si svoj indeks telesne mase (ITM)**  
Vnesite vrednosti za višino in maso.

Višina:  metrov

Masa:  kilogramov

ITM:

**Imate idealno telesno maso.**

Opomba za dijake: Rezultatov ne smete jemati preveč resno! Rezultati so za odrasle osebe, za katere se je doba rasti že zaključila.



- Katere težave in vprašanja se lahko pojavijo pri uvajanju nestrukturiranih nalog v pouk:
- z vidika dijaka,
- z vidika učitelja?
  
- Diskusija (10 min)



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

# Navodila za delo na daljavo

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

# Navodila



- Izberite **enega od scenarijev**, ki so nastali v projektu MERIA, in ga **preizkusite** v svoji pedagoški praksi.
- Pripravite kratko predstavitev o svoji izvedbi, pri čemer vključite naslednje vidike:
  - kako so se na problem odzvali dijaki?
  - katere strategije za reševanje problema so uporabili?
  - kako ste organizirali predstavitve (faza potrditve-validacije)?
  - kako ste strategije dijakov uporabili za oblikovanje ustaljenega (matematičnega) zapisa (faza institucionalizacije)?
  - kaj bi pri naslednji izvedbi naredili drugače, kaj bi ohranili?
  - kako so dijaki sprejeli ta način dela?
  - kaj bo vaš naslednji korak?
- Za svojo predstavitev lahko uporabite tudi izdelke dijakov, posnetke in fotografije učnega procesa,...
- Predstavitve bodo potekale v obliki **odprte učilnice**.



# Model odprte učilnice



- Udeleženci pripravijo čim bolj bogato in zanimivo predstavitev o svoji izvedbi. Obliko predstavitve si izberite sami, pri čemer se izognite PPT (če se le da).
- **1. del predstavitev (9.30-10.30):** polovica udeležencev predstavlja svoje primere na posameznih mizah, druga polovica udeležencev je v vlogi poslušalca in se giblje med posameznimi mizami.
- **2. del predstavitev (11.00-12.30):** vloge udeležencev se zamenjajo in udeleženci, ki so prej poslušali, izvedejo predstavitve po enakem modelu



# Refleksija



- Moja najpomembnejša ugotovitev
- Moje vprašanje/dilema, ki mi ostaja
- Moj naslednji korak



Najlepša hvala za vašo pozornost,  
aktivnost, odprtost!



Izvajalci



[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union





Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

# Seminar V preiskovanje usmerjen pouk matematike (MERIA delavnica)

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

**Učimo se drug od drugega**

**Predstavitve učiteljev po  
izvedbah**

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

# Navodila za delo na daljavo so bila



- Izberite **enega od scenarijev**, ki so nastali v projektu MERIA, in ga **preizkusite** v svoji pedagoški praksi.
- Pripravite kratko predstavitev o svoji izvedbi, pri čemer vključite naslednje vidike:
  - kako so se na problem odzvali dijaki?
  - katere strategije za reševanje problema so uporabili?
  - kako ste organizirali predstavitev (faza potrditve-validacije)?
  - kako ste strategije dijakov uporabili za oblikovanje ustaljenega (matematičnega) zapisa (faza institucionalizacije)?
  - kaj bi pri naslednji izvedbi naredili drugače, kaj bi ohranili?
  - kako so dijaki sprejeli ta način dela?
  - kaj bo vaš naslednji korak?
- Za svojo predstavitev lahko uporabite tudi izdelke dijakov, posnetke in fotografije učnega procesa,...
- Predstavitve bodo potekale v obliki **odprte učilnice**.



# Predstavitve učiteljev po izvedbi



## Model odprte učilnice

Udeleženci pripravijo čim bolj bogato in zanimivo predstavitev o svoji izvedbi. Obliko predstavitve si izberite sami, pri čemer se izognite PPT (če se le da).

- **1. del predstavitev (9.25-10.15):** 1. skupina udeležencev
- **2. del predstavitev (10.45-11.35):** 2. skupina
- **3. del predstavitev (11.40-12.30):** 3. skupina



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

# **Zakaj so pomembna odprta vprašanja ...in kaj prinašajo s seboj**

mag. Mojca Suban

meria-  
project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

# Namen dejavnosti



- Odprta vprašanja lahko poleg svojega velikega didaktičnega potenciala s seboj prinesejo tudi določeno mero nejasnosti za dijake. Včasih dijaki ne razumejo, kaj se pri neki nalogi od njih pričakuje. Ne razumejo, kaj naj naredijo in kdaj bo naloga rešena.
- Pomembno je, da se učitelj takih težav zaveda in da se z dijaki o njih tudi pogovarja.





Udeleženci v paru v 2 minutah razmislijo in odgovorijo.

- **Dimenzija Kochove snežinke je približno 1,26. Kaj menite vi?**

Vprašanja za razmislek:

Kaj je bila vaša naloga?

Ali je bila naloga jasna?

Kako ste se ob nalogi počutili vi?

Kako pogosto so vaši dijaki izpostavljeni takim situacijam?



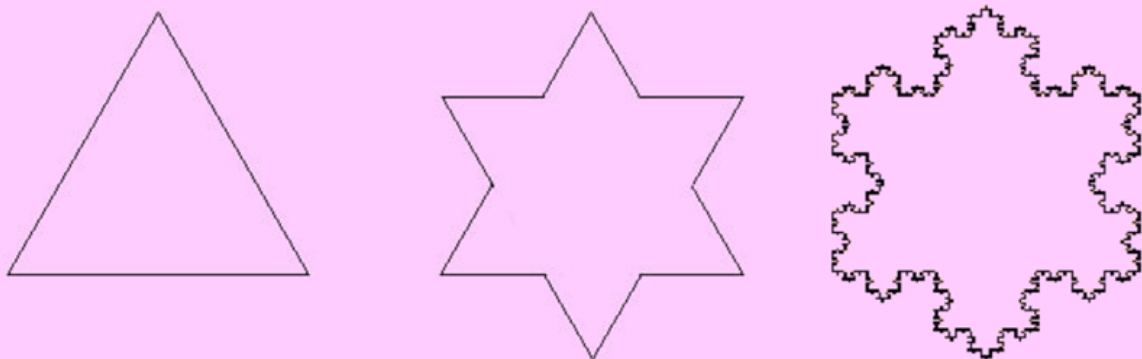


## KOCHOVA SNEŽINKA

Vzemimo ravno črto dane dolžine in jo razdelimo na tri dele. Srednji del zamenjamo z dvema enakima dolžinama, ki oklepata kot  $60^\circ$ . Isti postopek ponovimo na vsaki črti in potem spet. Temu postopku ponavljanja rečemo iteracija. Tako dobimo Kochovo krivuljo.



Zdaj pa vzemimo enakostranični trikotnik. Na vsaki stranici naredimo enako kot prej. Na sredini vsake stranice dobimo trikotnik, ki je za tretjino manjši. Tako smo dobili zvezdo. Sedaj ponovimo postopek na 6-ih malih trikotnikih. Z iteracijami v neskončnost dobimo Kochovo snežinko.



Vir: <http://www.educa.fmf.uni-lj.si/izodel/sola/2003/ura/krevs/html/KOCHOVA%20SNEZINKA.HTML>





## FRAKTALSKA DIMENZIJA

Točka ima dimezijo 0. Črta ima dolžino, torej dimezijo 1. Ravnina dolžino in širino, torej dimezijo 2.

Ali lahko ima objekt dimezijo, ki ni naravno število?

Poglejmo Kochovo krivuljo. Začnimo s črto. Ukrivljanje črte spreminja le-to v skoraj dvodimenzionalen lik, a ne povsem. Kochova krivulja ima dimezijo 1.2618.

V primeru trikotnika Sierpinski začnemo s polnim trikotnikom, ki ima dimezijo 2. Nato odstranimo srednji trikotnik. In to odstranjevanje ponavljamo neskončnokrat. Z odstranjevanjem v bistvu zmanjšujemo dimezijo od 2 proti 1, vendar povsem do črte ne pridemo. Dimezija Sierpinskega je med 1 in 2. Pravzaprav je približno 1.5850.

Kako računamo fraktalsko dimezijo ?

$$D = \frac{\ln N}{\ln(1/r)}$$

D - dimezija

N - število samopodobnih delov

r - faktor povečave

Primeri za računanje fraktalne dimezije:

### 1.Kochova krivulja:



Črto dolžine 1 razdelimo na 4 enake dele manjše dolžine. Vsaka je dolga 1/3 prvotne črte. Faktor povečve je torej 1/3, število samopodobnih delov pa 4.

$$D = \ln(4)/\ln(3) = 1,2618$$



Vir: <http://www.educa.fmf.uni-lj.si/izodel/sola/2003/ura/krevs/html/DIMENZIJA.HTML>



# Dejavnost



- V skupinah analizirajte vprašanja na učnem listu *Katere izzive lahko prinašajo odprta vprašanja?* Če pričakujete, da se bodo pričakovanja učitelja in odgovori dijakov razlikovali, se pogovorite tudi o tem in poskusite najti rešitev.

Kaj bi lahko izpostavili?

- Dijaki se zadovoljijo z eno rešitvijo, ne da bi skušali najti vse rešitve.
- Dijaki ne razumejo, da je pomembno svoje ugotovitve tudi jasno oblikovati.
- Dijaki ne uvidijo potrebe po posplošitvi.
- Dijaki ne prepoznajo, da je potrebno oblikovati dokaz.
- Dijaki ne uvidijo, da je treba reševanje (uporabljene strategije, robne pogoje) in rešitev naloge reflektirati (razmisliti, preveriti, kritično interpretirati).



## Katere izzive lahko prinašajo odprta vprašanja?

Vprašanje/naloga	Kaj je rešitev? (Kako ste si jo predstavljali vi kot učitelj? Kaj ste pričakovali od dijakov?)	S kakšno rešitvijo bi se po vašem mnenju zadovoljili vaši dijaki?	Kje se lahko pojavijo razlike med pričakovano rešitvijo učitelja in dejansko rešitvijo dijaka?
Razišči, kje ležijo točke, ki so od dane premice enako oddaljene.			
Razišči relacijo med številom in njegovim kvadratom.			
Ugotovi pravilo v zaporedju: 2, 5, 10, 17, 26, ...			
Na koliko kvadratov lahko razdeliš kvadrat?			
Oblikuj matematični model, s katerim boš opisal mesečne temperature v svojem kraju.			

Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

# Zasnujmo svoj primer preiskovanja

mag. Mateja Sirnik, mag. Sonja Rajh

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

# Izdelava scenarija 60 minut

## Predstavitev izdelanih gradiv 30 minut



### MERIA scenarij

Standardi znanja (pričakovani dosežki)			
Splošni cilji			
Potrebno matematično predznanje			
Letnik			
Trajanje			
Potrebni material			
<b>Opažanja med učnim procesom</b> Kontekst opazovanja (razred, šola, država itd.):			
<b>Problem:</b>			
<b>Faza</b>	<b>Dejavnosti in navodila učitelja</b>	<b>Dejavnosti in odzivi dijakov</b>	<b>Opažanja med izvedbo</b>
Devolucija (didaktična)			
<b>Prenos</b>			
_ minut			



# Faze didaktičnih situacij (TDS)



- **Devolucija:** prenos
- **Akcija:** delovanje
- **Formulacija:** zapis ugotovitev
- **Verifikacija (validacija):** potrditev
- **Institucionalizacija:** oblikovanje ustaljenega zapisa



# Devolucija (prenos)



- izhodišče
- prenos ali spust nečesa na nižjo raven
- v tej fazi učitelj predstavi problem in pojasni pravila za reševanje problema
- učitelj poskrbi, da dijaki razumejo pravila (lahko ponazorijo, odigrajo eno igro, jo demonstrirajo ...), da bodo lahko sodelovali v predvidenih dejavnostih
- v tej fazi učitelj preda milje dijakom in jim ne nudi dodatne pomoči



# Akcija (delovanje)



- faza reševanja
- dijaki se samostojno, avtonomno lotijo problema
- pri tem uporabijo predhodno znanje in izkušnje, ki jih lahko zapeljejo tudi po napačni poti
- lahko začnejo brez jasne strategije reševanja po metodi “poskus in napaka”
- v tej fazi je lahko znanje precej implicitno in osnovno
- morda jim bo težko ali nemogoče formulirati predpostavke na podlagi dejanj, ki jih izvajajo





# Formulacija (zapis ugotovitev)



- v tej fazi dijaki predstavijo in pojasnijo, kaj so storili v fazi reševanja
- nizajo in z besedami izražajo začetne ideje, izkušnje, hipoteze, ...
- dijaki med seboj komunicirajo, si delijo osebne hipoteze, ki jih nato njihovi sošolci komentirajo
- pri tem vsak dijak izoblikujejo osebne ideje in jih tudi predstavijo, pojasnijo znotraj manjše skupine (če je razredna diskusija, govorijo vedno eni in isti učenci)
- vsak dijak formalizira osebno znanje, ki se je izoblikovalo v njegovem umu medtem, ko se je ukvarjal s problemom
- v tej fazi poteka pogovor o strategijah, ki so jih preizkusili
- dijak, ki je izbral pravilno strategijo, mora z uporabo matematičnih dokazov (ki so jih sposobni razumeti in sprejeti) prepričati ostale





# Verifikacija, validacija (potrditev)

- dijaki svoje strategije, hipoteze testirajo na miljeju
- sami (brez pomoči učitelja) lahko preverijo, potrdijo, verificirajo, če imajo prav ali ne
- če so izbrali manj produktivno strategijo, v tej fazi ugotovijo, da je njihova ideja napačna in da potrebujejo drugo strategijo
- strategija, ki se izkaže za najboljšo bo verificirana

**verificírati** -am dov. in nedov. (ĩ)

1. *ugotoviti pravilnost, ustreznost česa glede na dejstva v stvarnosti; preveriti, preizkusiti*: verificirati podatke, trditev / publ. tržišče verificira in usmerja gospodarstvo

2. *uradno ugotoviti skladnost s predpisi, zahtevami; potrditi, priznati*: verificirati načrte; verificirati šolo



# Institucionalizacija (oblikovanje ustaljenega zapisa)



- osebno znanje doseže raven institucionalnega znanja (jedrnato in natančno kot v učbenikih)
- učitelj zbira ideje, povzema predstavljene strategije in jih predstavi kot eno optimalno strategijo (ne sme pa izvesti predavanja, saj s tem razveljavi delo dijakov)
- sinteza znanja, ki so ga zgradili dijaki
- preoblikovanje ugotovitev dijakov do splošnega matematičnega znanja

Matematično znanje je izgrajeno na podlagi izkušenj in razmišljanja (ne pa prikazano kot nedvoumno dejstvo).





	Vloga učitelja	Vloga dijakov	Milje	Situacija
Devolucija	Predstavi, preda milje	Sprejmejo, se poskušajo lotiti problema	Se vzpostavlja	Didaktična
Reševanje	Opazuje in razmišlja	Ukrepajo in razmišljajo	Raziskujejo problem	Adidaktična
Formulacija	Organizira in po potrebi spodbuja s pomočjo vprašanj	Formulirajo čimbolj specifično	Odprta diskusija	Adidaktična ali didaktična
Verifikacija	Posluša in po potrebi vrednoti	Argumentirajo, poskušajo slediti argumentom drugih	Vodena diskusija	Pogosto didaktična
Institucionalizacija	Predstavi in pojasni	Poslušajo in razmišljajo	Institucionalizirano znanje	Didaktična



# Kriteriji kvalitetnega scenarija



- primer naj vsebuje bogat milje, ki podpira dijakov razvoj osebnega znanja o problemu, ki ga rešuje
- situacija je poznana dijakom ter jim je zanimiva in smiselna
- situacija omogoča učenje matematike (učenje novih vsebin, poglobljanje že znanih vsebin....)



# Učitelji, ki se boste udeležili konference v Zagrebu, lahko izdelujete predstavitev za konferenco



Možne oblike sodelovanja na konferenci:

- Poster o izvedbi MERIA scenarija
- Poster o ideji za novi scenarij
- 15 minutna predstavitev o IBMT v obliki odprte učilnice

Mathematics Education - Relevant, Interesting and Applicable

Insert school logo

**Name of the scenario**  
- Name of school, country

**The problem to be devolved**

Insert picture of teachers/planning group

Figure: text

**The learning goal and broader perspective**

**Learning goal...**

**Broader perspective...**

Prerequisites and other relevant information ...

**Results and data materials**

Quote ...

Grade 11 student  
School name

Insert pictures relevant for the scenario

From realisation

Of materials

Graphs

Or more...

Figure: text

**Discussion and concluding remarks**

How did it go? What could/should be changed? What does the context/milieu offer? ....

**The planning group:**

Full names ...

Upper secondary school teachers at:  
School name

Contact information:  
Email, phone or what you prefer

**Materials and other resources**

Literature & Textbooks,  
Online resources,  
Worksheets teachers can get from contacting you  
Other relevant things

Presented at the MERIA conference held at University of Zagreb, Croatia, May 27-28 2019

meria-project.eu

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

