

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable

Projekt MERIA

Matija Bašić, PMF-MO, Zagreb
Radionica za nastavnike
Zagreb, 10.-11. siječnja 2019.

meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Osobna karta projekta MERIA



- Puni naziv: Mathematics Education – Relevant, Interesting and Applicable
- Trajanje: 3 godine (od 1. rujna 2016. do 31. kolovoza 2019.)
- Program: Erasmus +, Suradnja za inovaciju i razmjenu dobrih praksi
- Strateška partnerstva za školsko obrazovanje
- Četiri partnerske zemlje: **Danska**, **Nizozemska**, **Slovenija** i **Hrvatska**



Ciljevi projekta



1. Promoviranje **istraživački usmjerene nastave matematike**, orijentirane na učenike i relevantne za svakodnevni život. Poticanje učenja s razumijevanjem, matematičkog modeliranja i apstraktnog razmišljanja.
2. Kreiranje digitalnog interaktivnog repozitorija s **inovativnim materijalima** za učenje i poučavanje.
3. Pružanje sustavne **podrške nastavnicima** u modernizaciji pristupa poučavanja, izradi nastavnih materijala i razvoju vještina za rad s raznovrsnim grupama učenika.
4. Jačanje **suradnje** između srednjih škola i visokoobrazovnih institucije, te razmjena dobrih praksi na europskoj razini.



MERIA tim



meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Konzorcij – 11 partnera



- Prirodoslovno-matematički fakultet, koordinator
- Fakultet organizacije i informatike
- Fakultet elektrotehnike i računarstva
- Hrvatsko matematičko društvo
- XV. gimnazija, Zagreb
- Sveučilište u Utrechtu – Freudenthalov institut
- Sveučilište u Kopenhagenu
- Gimnazija Vordingborg
- Udruženje nastavnika matematike (Danske)
- Sveučilište u Ljubljani
- Zavod Republike Slovenije za školstvo



Rezultati projekta



- **MERIA Praktični vodič** za istraživački usmjerenu nastavu matematike
 - RME i TDS kao teoretski okviri
- **MERIA Smjernice** za izradu inovativnih scenarija i modula
- **Analiza utjecaja** projekta MERIA
 - Suradnja s pridruženim školama
- **MERIA Scenariji** za poučavanja
 - 5 pokaznih scenarija
- **MERIA Moduli** za učenje i poučavanje
 - 5 pokaznih modula
- MERIA Vodič za **radionice**



Pridružene škole u Hrvatskoj



- Gospodarska škola Varaždin
- Tehička škola Požega
- Elektrostrojarska škola Varaždin
- XII. Gimnazija Zagreb



Način rada

- Suradnički
- Otvoren
- Pogreške su dozvoljene
- Pitanja su poželjna
- Poštujemo tuđi rad i ideje



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable

Uvod u istraživački usmjereno učenje (IUU)

Matija Bašić, PMF, Zagreb
Radionica za nastavnike
Zagreb, 10.-11. siječnja 2019.

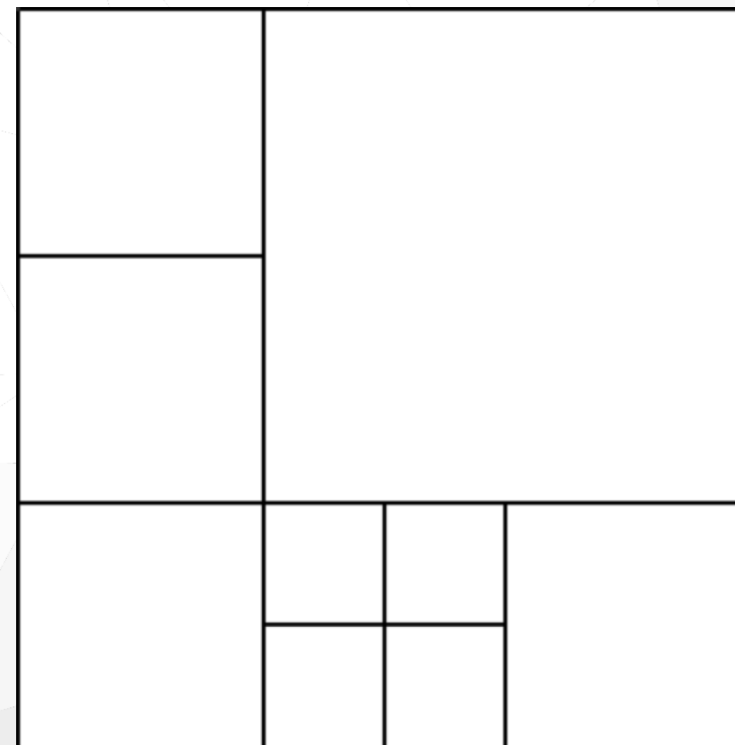
meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Podjela kvadrata



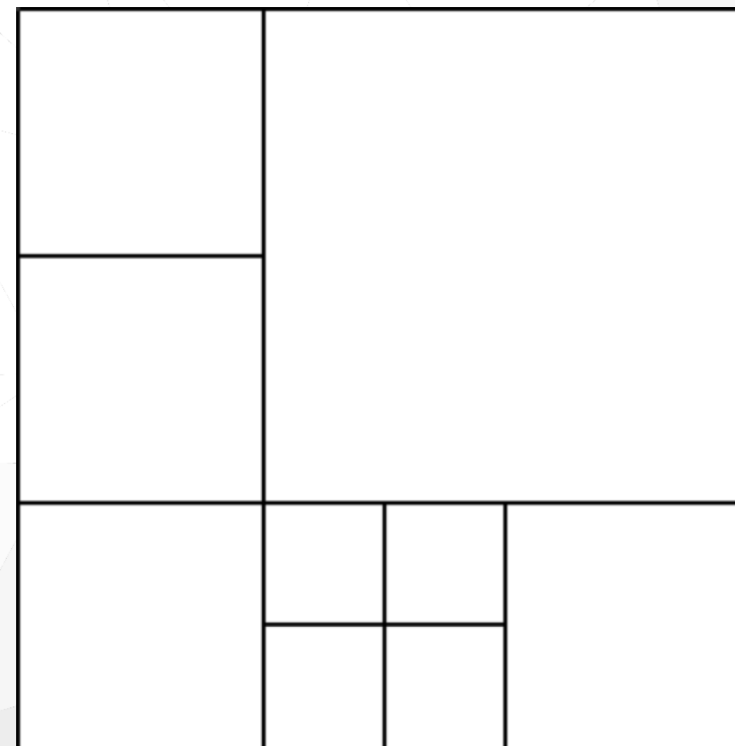
- Na slici desno veliki kvadrat je podijeljen na 9 manjih kvadrata.
- Problem: Na koliko kvadrata možemo podijeliti veliki kvadrat?



Podjela kvadrata



- Na slici desno veliki kvadrat je podijeljen na 9 manjih kvadrata.
- Problem: Na koliko kvadrata možemo podijeliti veliki kvadrat?
- Rješavanje problema
- Prednosti IUU
- Nedostaci IUU
- Pitanja



Dobro došli!



- Web stranica: www.meria-project.eu
- Facebook profil: Mathematics Education – Interesting, Relevant and Applicable

meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable

IUNM - zadatci

Eva Špalj, XV. gimnazija, Zagreb
Radionica za nastavnike
Zagreb, 10.-11. siječnja 2019.

meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Nestrukturirani vs. strukturirani zadatci



- Pažljivo proučite zadatak A ili B. Koje su sve odluke donesene za učenike? Zapišite ih (20 minuta)
- Prezentacija (5 minuta)
- Usporedite manje strukturiranu verziju (zadatak C ili D) sa strukturiranom verzijom odgovarajućeg zadatka. Koje su odluke ostavljene učenicima? (15 minuta)



Strukturirani zadatci



Zadatak A

Lijek

Pacijent je bolestan. Liječnik mu propiše lijek te mu savjetuje da uzima dnevnu dozu od 1500 mg. Nakon uzimanja doze se prosječno 25 % lijeka izlučuje iz tijela tijekom dana. Preostala količina lijeka ostaje u krvotoku pacijenta.

- Koliko mg lijeka ostaje u krvotoku pacijenta nakon jednoga dana?
- Dovršite tablicu.

Dan	Mg lijeka u krvotoku
0	0
1	1125
2	
3	

- Objasnite zašto se količina lijeka za sljedeći dan može izračunati pomoću formule: nova količina = (stara količina + 1500) * 0.75
- Nakon koliko će dana pacijent u krvotoku imati više od 4 g lijeka? A nakon koliko dana 5 g?
- Koja je najveća moguća količina lijeka?

Zadatak B

Računanje Indeksa tjelesne mase

Računalo na <https://www.plivazdravlje.hr/zdravlje-online/bmi> koristi se kao pomoć odraslima da otkriju jesu li pretili.

- Postavite visinu na 2 metra (jako visoka osoba)
Popunite tablicu i rezultate prikažite grafom.

Masa (kg)	60	70	80	90	100	110	120	130	140
ITM									

- Koji je najveći ITM za koji se osoba smatra pothranjenom?
 - Koji je najmanji ITM za koji se osoba smatra pretilom?
 - Ako udvostručite masu, što će se dogoditi s ITM?
 - Možete li odrediti pravilo za računanje ITM pomoću mase?
- Postavite masu na 80 kg i mijenjajte visinu.
 - Kada udvostručite visinu, što se događa s ITM?
 - Možete li odrediti pravilo za računanje ITM pomoću visine?
 - Nacrtajte graf koji pokazuje vezu visine i ITM.



Nestrukturirani zadatci



Zadatak C

Lijek

Pacijent je bolestan. Liječnik mu propiše lijek te mu savjetuje da uzima dnevnu dozu od 1500 mg. Nakon uzimanja doze se prosječno 25 % lijeka izlučuje iz tijela tijekom dana. Preostala količina lijeka ostaje u krvotoku pacijenta.

Istraživanje

- Računajući istražite na koji se način mijenja količina lijeka (u mg) ako netko lijek krene uzimati u dnevnoj dozi od 1500 mg i to, primjerice, tri puta dnevno po 500 mg.
- Jesu li posljedice doista tako dramatične ako se preskoči jedan dan i/ili uzme dvostruka doza?
- Može li se postići svaka količina lijeka u krvotoku? Objasnite vaš odgovor.

Rezultat

Osmislite letak za pacijente koji će sadržavati odgovore na gore navedena pitanja. Grafom i/ili tablicom ilustrirajte povećanje količine lijeka tijekom nekoliko dana.

Zadatak D

Računanje Indeksa tjelesne mase

Računalo na <https://www.plivazdravlje.hr/zdravlje-online/bmi> koristi se kao pomoć odraslama da otkriju jesu li pretili. Koje vrijednosti BMI ukazuju na to je li odrasla osoba pothranjena, prekomjerne težine, pretiła ili vrlo gojazna?

Istražite kako računalo izračunava ITM pomoću visine i mase.

Napomena za učenike: Ako unesete svoje podatke u kalkulator, nemojte ozbiljno shvaćati rezultate.



Nestrukturirani vs. strukturirani zadatci



- Koja pedagoška pitanja/problemi će se pojaviti uvođenjem nestrukturiranih zadataka? Osvrt na pitanja iz prethodne aktivnosti. (5 minuta)
 - a. Sa stajališta učenika
 - b. Sa stajališta nastavnika
- Diskusija (10 minuta)



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable

Kontekst i matematizacija

Eva Špalj, XV. gimnazija, Zagreb
Radionica za nastavnike
Zagreb, 10.-11. siječnja 2019.

meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Kontekst u RME



- Video
- Koji RME-principi su važni za izbor konteksta za zadatak?
- Što je didaktička fenomenologija?



Kontekst u RME



- Zadatci u RME imaju **bogate, realistične** kontekste koji **traže matematizaciju** sukladno s ciljanim matematičkim znanjem
- Uz pogodan kontekst je izazovno otkrivati puni potencijal za matematizaciju



Aktivnost



Oblik: **razmisli** - **razmijeni u paru** (10 + 10 minuta)

Tema: uloga konteksta iz perspektive RME-a u primjerima .

Proučite primjere i odgovorite na pitanja:

- Koju matematizaciju (horizontalnu/vertikalnu) zaziva kontekst/situacija?
- Koje neformalne matematičke modele možemo od učenika očekivati?
- Je li kontekst važan? Možemo li ga izostaviti? Može li se učiniti važnim?
- Može li se kontekst bolje/drugačije iskoristiti?
- Mogu li učenici koristiti zdrav razum za matematički pristup kontekstu?
- Je li kontekst smislen? Koristi li se na razuman način?
- Čini li kontekst matematiku relevantnijom?



Primjeri zadataka



Zadatak A

- 63 Los op.
- | | |
|------------------|---------------------------|
| a $x(x-2) = 35$ | d $(x+2)(x+7) = 24x$ |
| b $x(x-2) = 8x$ | e $x(x-3) = 5(x+13)$ |
| c $8x(8x-2) = 0$ | f $x(x+1) = x^2 + 5x - 1$ |

- 64 Het grasveld van meneer Kok is 15 bij 20 meter. Meneer Kok besluit het grasveld te vergroten. Aan twee kanten komt er een even brede strook van x meter bij. Zie figuur 7.16.
- a Toon aan dat de oppervlakte van het vergrote grasveld gegeven is door $opp = x^2 + 35x + 300$.
- b Het nieuwe grasveld heeft een oppervlakte van 374 m^2 .
Stel een vergelijking op en bereken hoeveel meter de strook breed is.

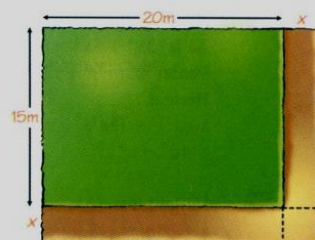


Fig. 7.16



Fig. 7.17

- 65 Loes heeft briefpapier voor haar verjaardag gekregen. Maar ze vindt het formaat 20 bij 30 cm veel te groot. Met een papiersnijder haalt ze er van twee kanten een even brede strook af. Zie figuur 7.17. De oppervlakte van een velletje briefpapier is na het afsnijden 416 cm^2 .
Hoe breed zijn de stroken die Loes heeft afgesneden?
Gebruik bij het oplossen van dit probleem een vergelijking.

Mr. Jonas je odučio povećati travnjak dimenzija 15 x 20 metara. Dvjestranama će dodati staze jednake širine x metara. Pogledaj sliku 7.16.

- a. Pokažite da će površina povećanoga travnjaka biti jednaka $P = x^2 + 35x + 300$.
- b. Površina novoga travnjaka iznosi 374 m^2 .
Postavite jednadžbu i izračunajte širinu staze.



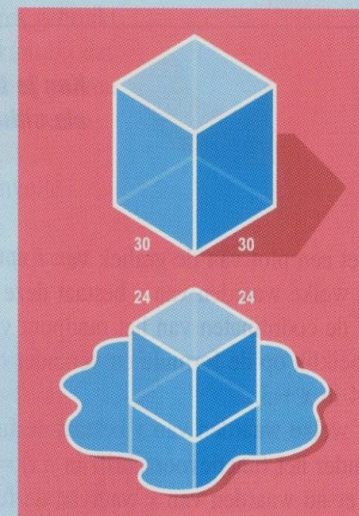
Primjeri zadataka

Zadatak B

Kocka leda duljine brida 30 mm počinje se polagano topiti. Svake se minute duljina brida smanji za 1.5 mm. Volumen kocke leda opisan je formulom $V=(30-1.5t)^3$, gdje je V volumen u mm^3 , a t vrijeme u minutama.

- Izračunajte volumen kocke za $t=0$.
- Koje vrijednosti broja t imaju smisla? A broja V ?
- Nacrtajte dio grafa za koji vrijednosti varijabli imaju smisla.
- Grafički odredite nakon koliko će minuta volumen kocke leda biti manji od $10\,000\text{ mm}^3$. Rezultat zaokružite na jednu decimalu.

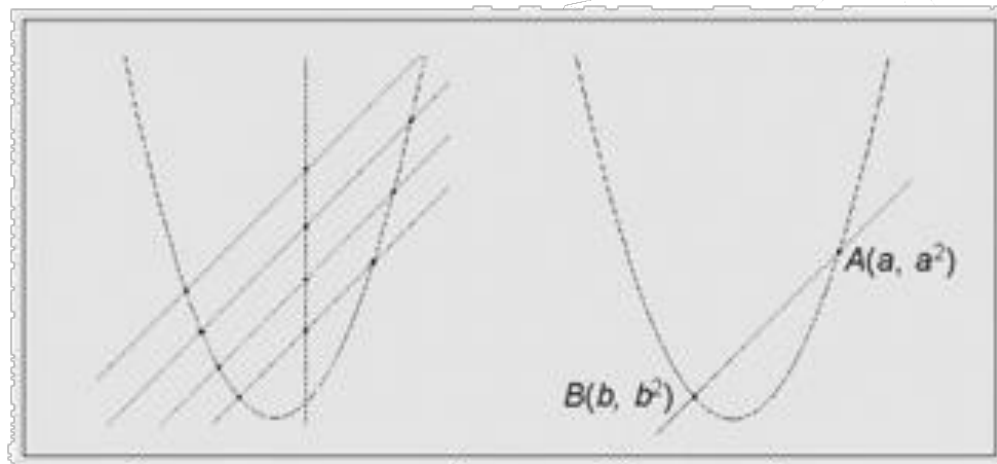
- T_4** Een ijsblokje met ribben van 30 mm begint langzaam te smelten. Elke minuut worden de ribben 1,5 mm korter. Het volume van het ijsblokje wordt beschreven door de formule $V = (30 - 1,5t)^3$. Hierin is V het volume in kubieke millimeter en t de tijd in minuten.
- Bereken het volume van het ijsblokje op $t = 0$.
 - Wat zijn zinvolle waarden voor t ? En voor V ?
 - Plot en schets dat gedeelte van de grafiek waar beide variabelen betekenis hebben.
 - Volg met de cursor de grafiek en onderzoek na hoeveel minuten het volume kleiner dan $10\,000\text{ mm}^3$ is. Geef je antwoord in 1 decimaal nauwkeurig.



Primjeri zadataka



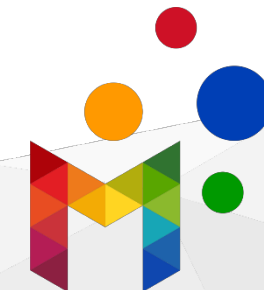
Zadatak C



Parabola je presječena pravcem. Pravac pomičemo paralelno prema gore. Izgleda da se polovišta dužina koje spajaju sjecišta pravaca i parabole nalaze na okomitom pravcu. Je li to zaista slučaj?



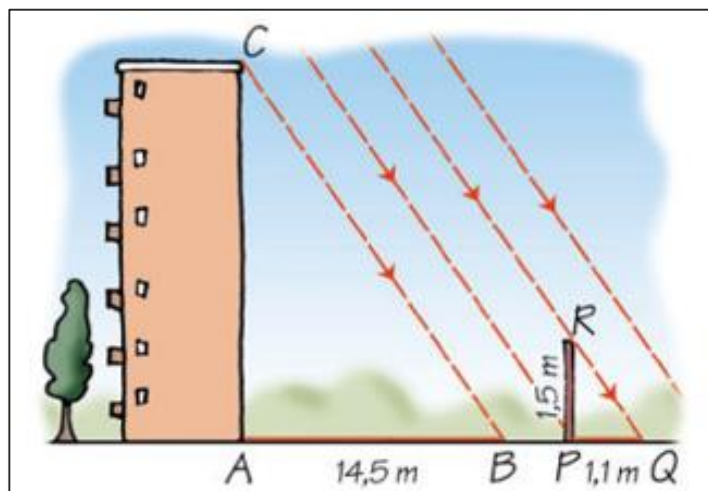
Primjeri zadataka



Zadatak D

Nienke želi znati koliko je visok stan. Jednog sunčanog dana je izmjerila duljinu sjene AB 14.5 metara. Sjena štapa duljine 1.5 metara iznosila je 1.1 metara.

- (a) Popunite: $\triangle ABC \sim \triangle \dots$, jer ... i ...
- (b) Izradite tablicu omjera i popunite ju.
- (c) Izračunajte AC u metrima zaokruženo na jednu decimalu.



Primjeri zadataka

Zadatak E

Pretpostavka je da učenici ne znaju logaritme.

Rogier je uložio 100 eura u banku. Kamatna stopa je 2%. Popunite tablicu.

Iznos (I)	100	$\approx 108,24$	$\approx 129,36$	$\approx 199,99$	$\approx 507,24$
Godina (t)	0				

Znate li pomoću koje se funkcije računa t iz I ?



Primjeri zadataka



Zadatak F

Fotografije prikazuju isti tipični Nizozemski krajolik. Toranj i most snimljeni su iz različitih točaka gledišta. Što je više: toranj ili most?



Kontekst u matematičkom obrazovanju



- ... može biti vrlo umjetan
- ... može biti vrlo zbunjujući, na primjer iz perspektive znanosti
- ... možda nema mogućnosti za matematizaciju
- ... ne treba nužno uzeti iz stvarnoga života

Nesporazum: "RME znači da zadatci počinju stvarnom životnom pričom"



Realističan kontekst u RME



Pogodan kontekst ...

... je smislen za učenika

... može biti stvarna životna situacija, ali može biti i iz područja znanosti ili matematike

... treba uzeti u obzir vještine, kompetencije i interese učenika



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable

Suočavanje s otvorenim pitanjima

Sanja Antoliš, XV. gimnazija, Zagreb
Radionica za nastavnike
Zagreb, 10.-11. siječnja 2019.

meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Suočavanje s otvorenim pitanjima



- Dimenzija Kochove pahuljice je približno 1.26. Što mislite? Raspravite u paru (2 minute).
- Što je bio vaš zadatak? Je li zadatak bio jasan? Kako ste se osjećali? (Razmislite-razmijenite u paru-podijelite u grupi 5 minuta).
- Diskusija (3 minute).
- Jesu li vaši učenici izloženi ovakvim situacijama (2 minute)?



Suočavanje s otvorenim pitanjima



- Analizirajte pitanja s listića.
Ako postoji razlika između očekivanja nastavnika i mogućih učeničkih odgovora razmislite kako ju premostiti (10 minuta).
- Diskusija (8 minuta).





Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable

MERIA radionica: Suočavanje s otvorenim pitanjima – radni listić

Pitanja	Što je rješenje?	Što mislite da će biti zadovoljavajući odgovor za vaše učenike?
Pronađite sve točke sa svojstvom ...		
Istražite ovisnost između a i b .		
Možete li uočiti pravilnost ...		
Na koji broj kvadrata možete podijeliti kvadrat?		
Što se događa s površinom piramide na slici kad povećamo sliku?		
Opišite koristeći matematički model i objasnite matematičkim argumentima.		
Koristeći matematiku dizajnirajte oblik sa zadanim svojstvom.		



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable

Rezultati istraživanja

Sanja Antoliš, XV. gimnazija, Zagreb
Radionica za nastavnike
Zagreb, 10.-11. siječnja 2019.

meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Rezultati istraživanja



Problem: Pogledajte ove dvije slike. Ako ih otvorite na pametnom telefonu ili računalu, možete jednostavno povući slike kako biste ih povećali. Ali što se događa s površinom dijela slike prekrivnog piramidom i crnom zgradom na slici kad povećamo slike?



Rezultati istraživanja



- Na koji bi način vaši učenici pristupili rješavanju ovog zadatka? Zapišite neke od mogućih pristupa (10 minuta).
- Prezentacije (5 minuta).
- U materijalima su radovi učenika. Proučite ih (10 minuta).



Rezultati istraživanja



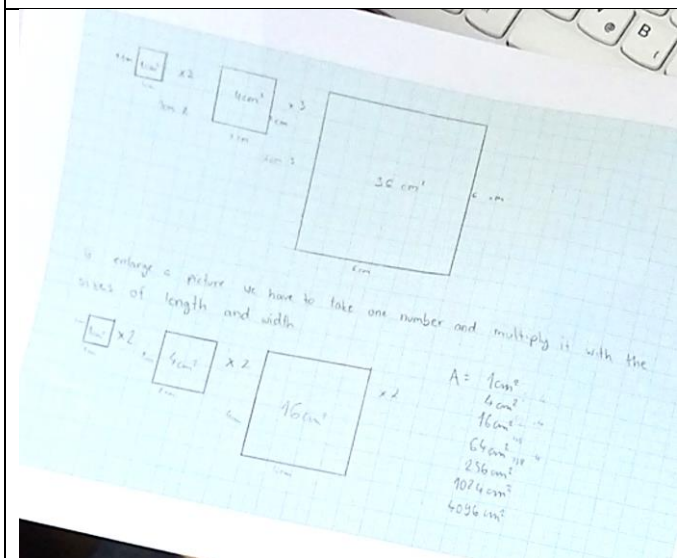
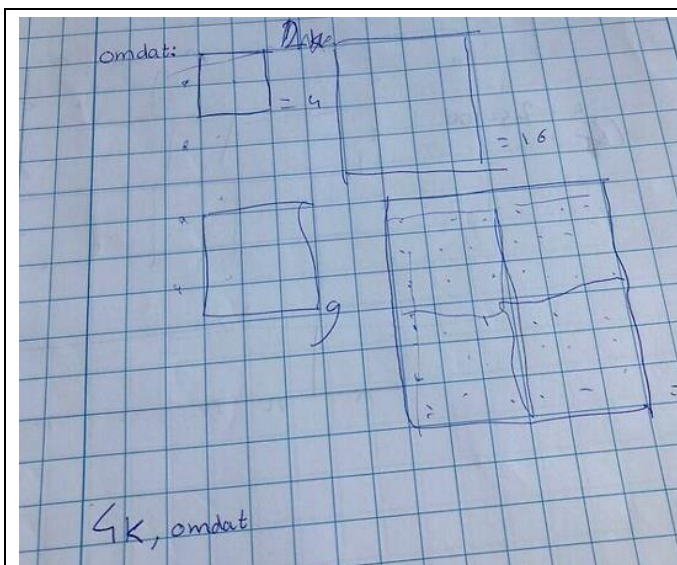
Ciljano znanje: Ako se duljine stranica poligona povećaju s faktorom k , površina mnogokuta povećava se s faktorom k^2 .

- Razmislite kako biste mogli nastaviti nakon takvih učeničkih radova? Kako povezati učeničke radove i ciljano znanje? Odgovore zapišite u desni stupac tablice. Vidite li doprinos i vrijednost učeničkih, često nepotpunih, rezultata istraživanja dostizanju ciljanog znanja? (15 minuta)
- Diskusija. (15 minuta)



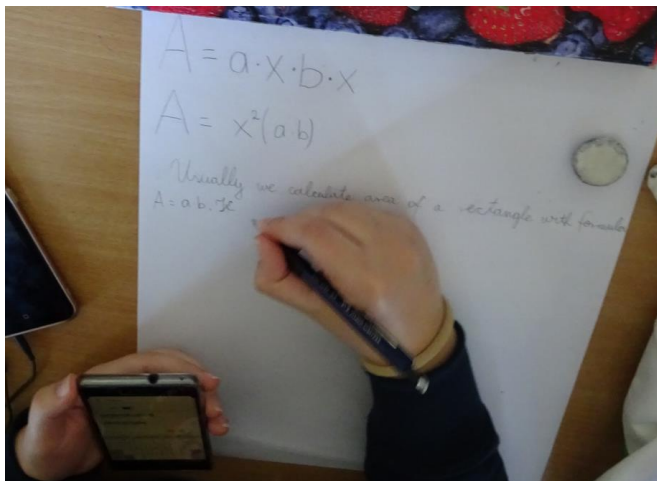
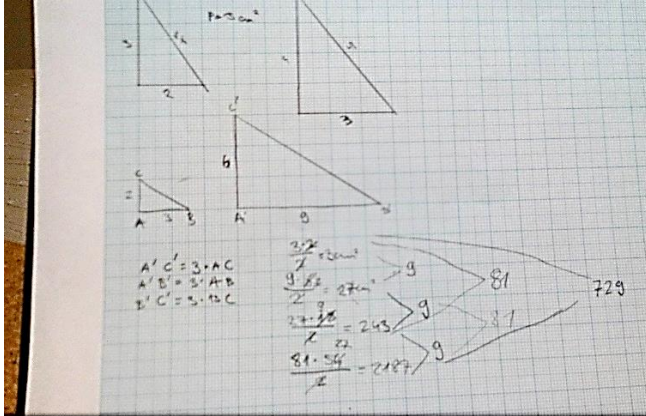


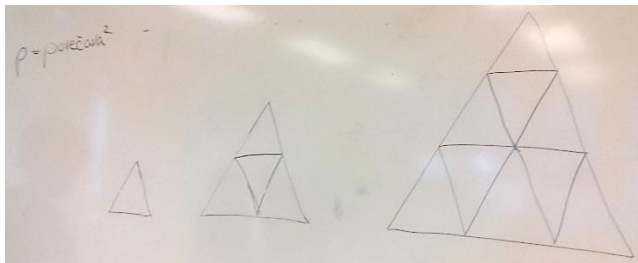
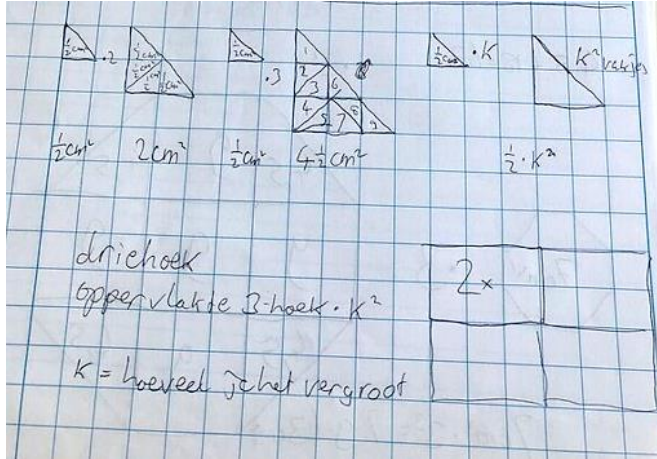
MERIA radionica: Rezultati istraživanja – radni listić





Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable





Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable

Uvod u Teoriju didaktičkih situacija (TDS)

Matija Bašić, PMF-MO, Zagreb
Radionica za nastavnike
Zagreb, 10.-11. siječnja 2019.

meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Čitač misli



- Igra: <http://www.flashlightcreative.net/swf/mindreader/>
- **Problem:** Za svaki dvoznamenkasti broj, promotrite razliku između tog broja i broja kojeg dobivamo obrtanjem znamenaka (za 83 to je 38).
- Što možete uočiti? Kako to objasniti? Zapišite svoje **zaključke**.



Čitač misli



- Igra: <http://www.flashlightcreative.net/swf/mindreader/>
- **Problem:** Za svaki dvoznamenkasti broj promotrite razliku između tog broja i broja kojeg dobivamo obrtanjem znamenaka (za 83 to je 38).
- Što možete uočiti? Kako to objasniti? Zapišite svoje **zaključke**.
- Koje je **ciljano znanje** kod ovog problema?



Abba - dijelovi sata



- Napišite dijelove sata koje ste uočili u ovom scenariju.
- Postoje li slični dijelovi na ostalim satovima?
- Grupirajte aktivnosti u manji broj faza.



Abba - dijelovi sata



- Napišite dijelove sata koje ste uočili u ovom scenariju.
- Postoje li slični dijelovi na ostalim satovima?
- Grupirajte aktivnosti u manji broj **faza**.

- Rasporedite dodatne **kartice**. Imenujte **faze**.



Nastavnik prezentira problem učenicima.	Učenici preuzimaju odgovornost za rješavanje problema.	
Nastavnik provjerava jesu li učenici razumjeli problem.	Učenici istražuju različite strategije za rješavanje problema.	Nastavnik obilazi učenike i promatra njihov rad.
Ako nijedna grupa učenika ne napreduje, nastavnik vodi diskusiju i postavlja jednostavniji problem.	Učenici formuliraju hipoteze.	Učenici uvrštavaju konkretne brojeve.
Nastavnik organizira prezentaciju rješenja.	Učenici izlažu svoje zaključke.	Učenici zapisuju zaključak.
Učenici testiraju svoje strategije i uspoređuju svoje rezultate s drugima.	Učenici (uz pomoć ili bez nastavnika) dokazuju svoje tvrdnje.	Učenici diskutiraju o dokazu.
Nastavnik povezuje učenička rješenja sa ciljanim znanjem.	Nastavnik dodatnim pitanjima provjerava je li učenicima jasan zaključak.	

Tradicionalno obrazovanje



meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

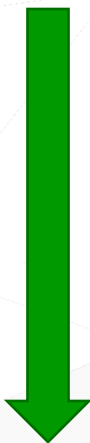
Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Tradicionalno obrazovanje



Nastavnik



Institucionalno znanje

Učenik

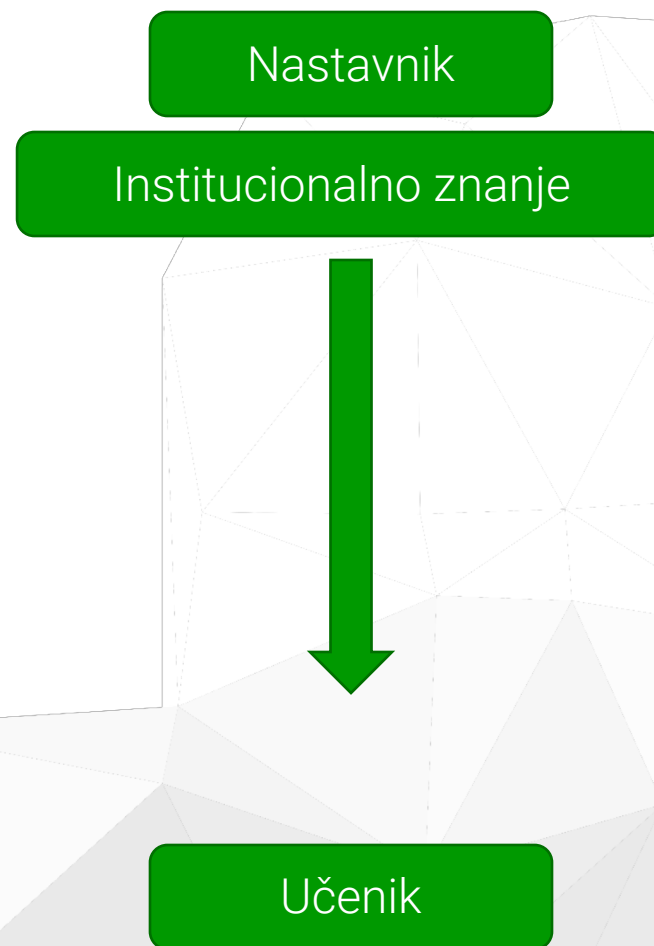
meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Teorija didaktičkih situacija



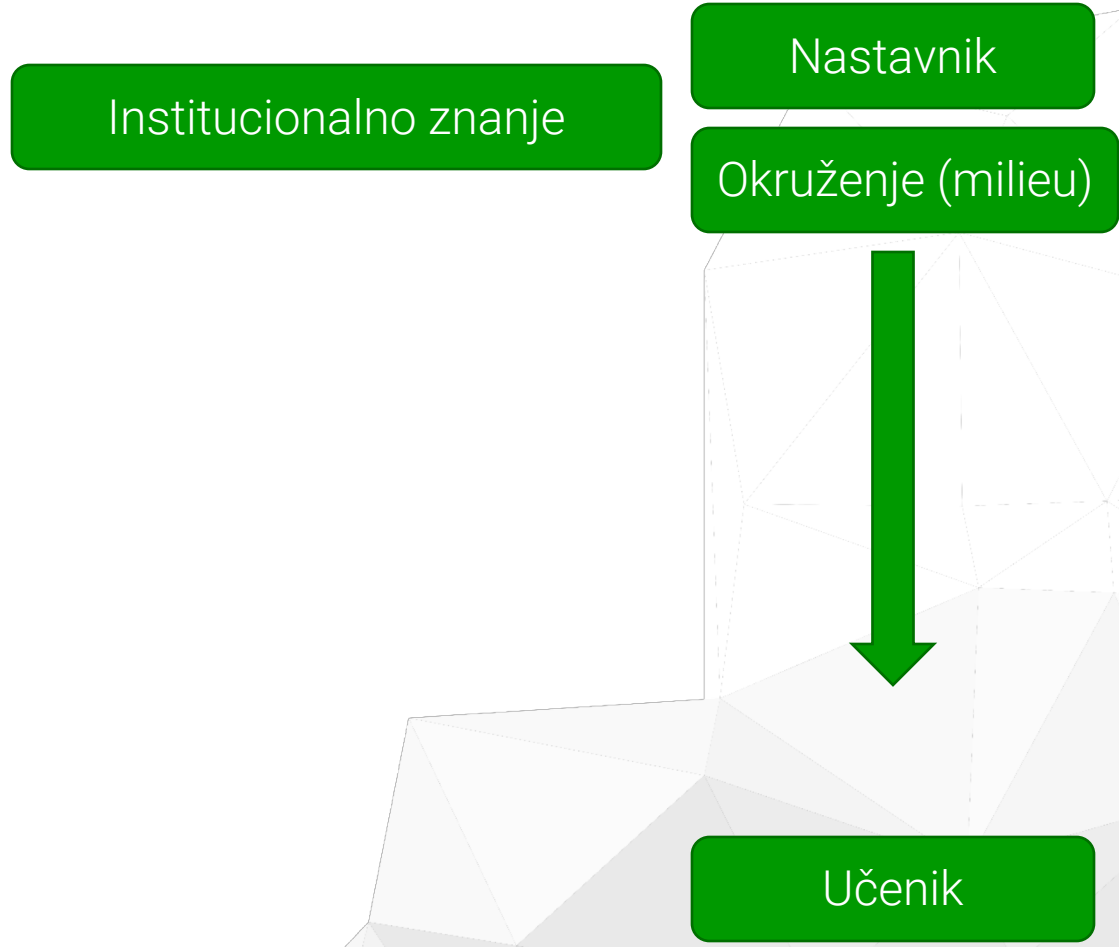
meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

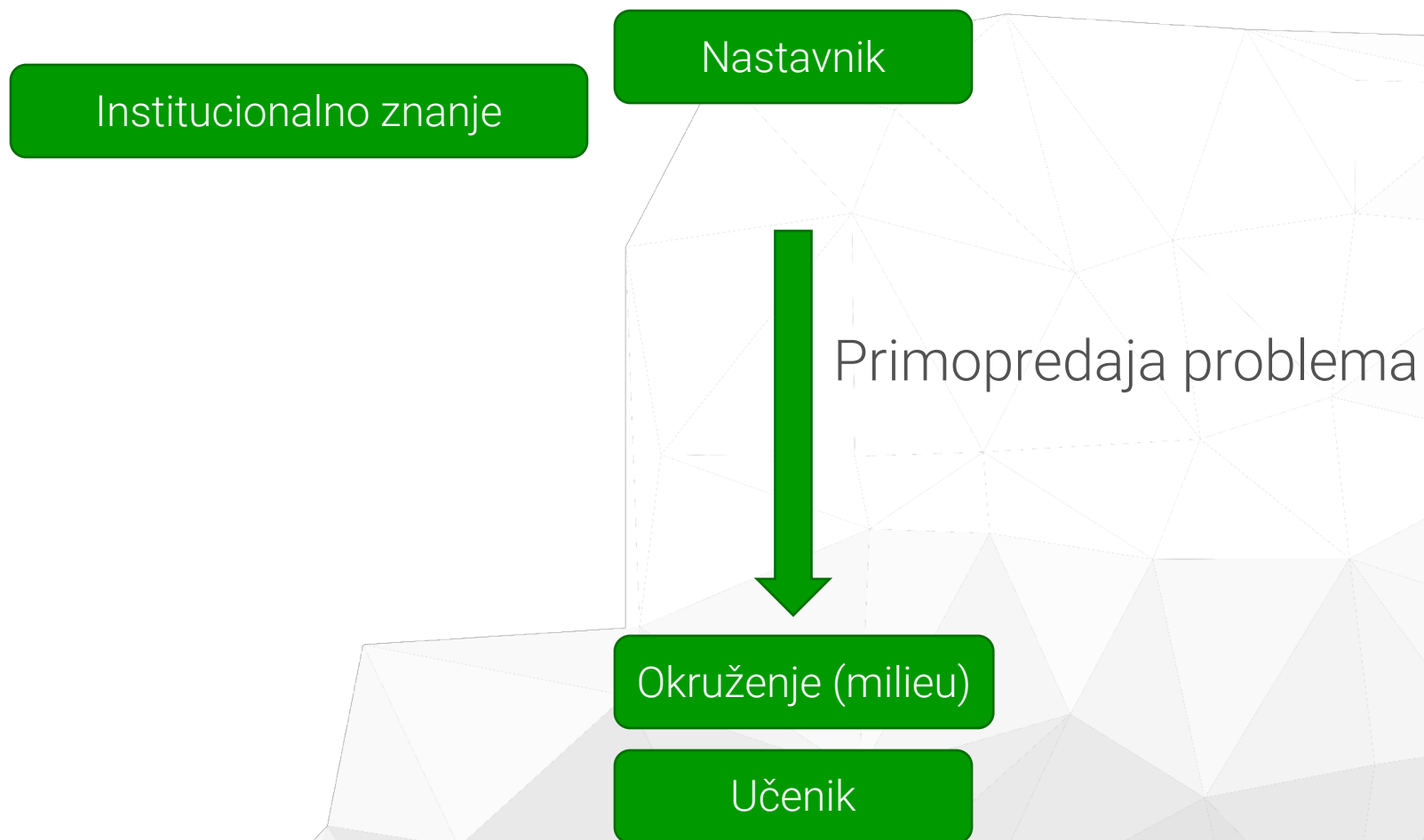
Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



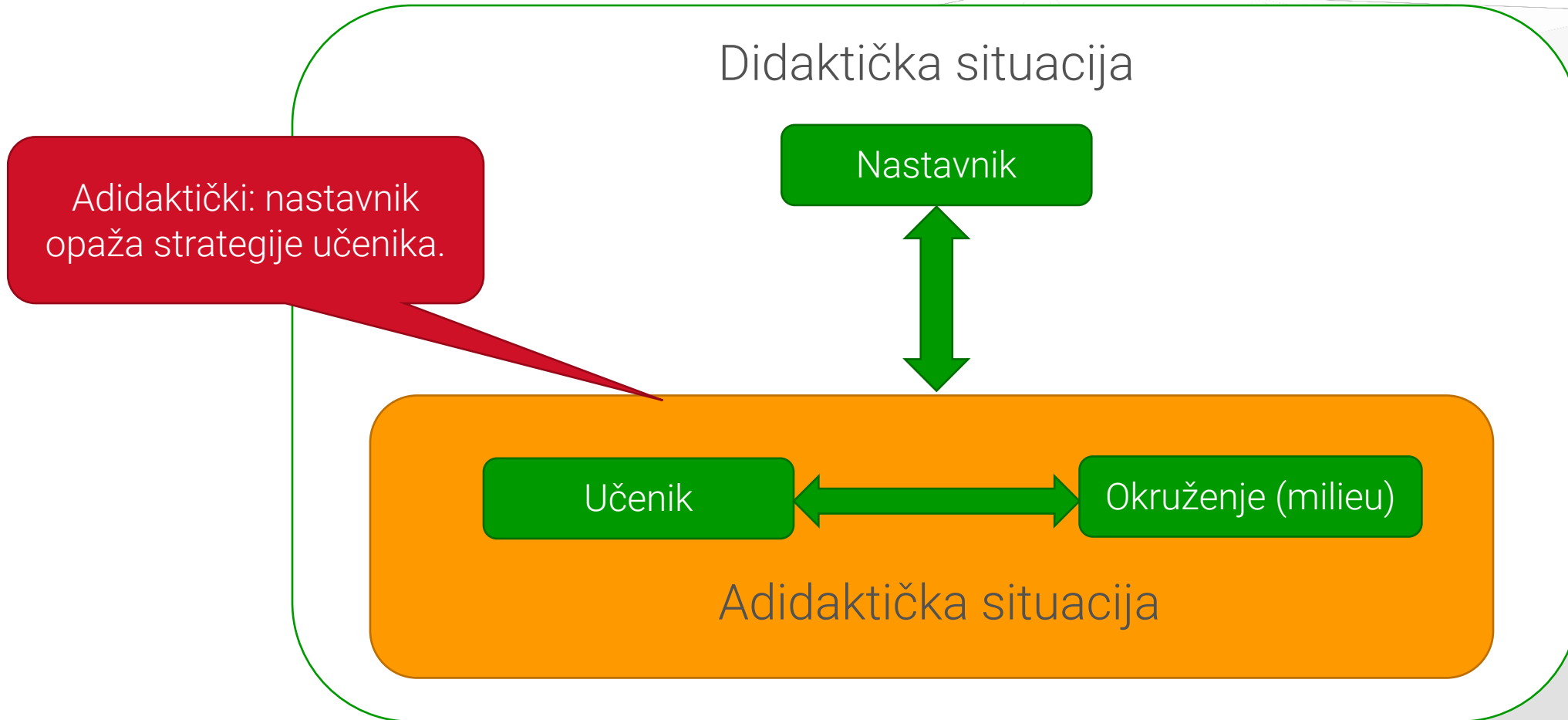
Teorija didaktičkih situacija



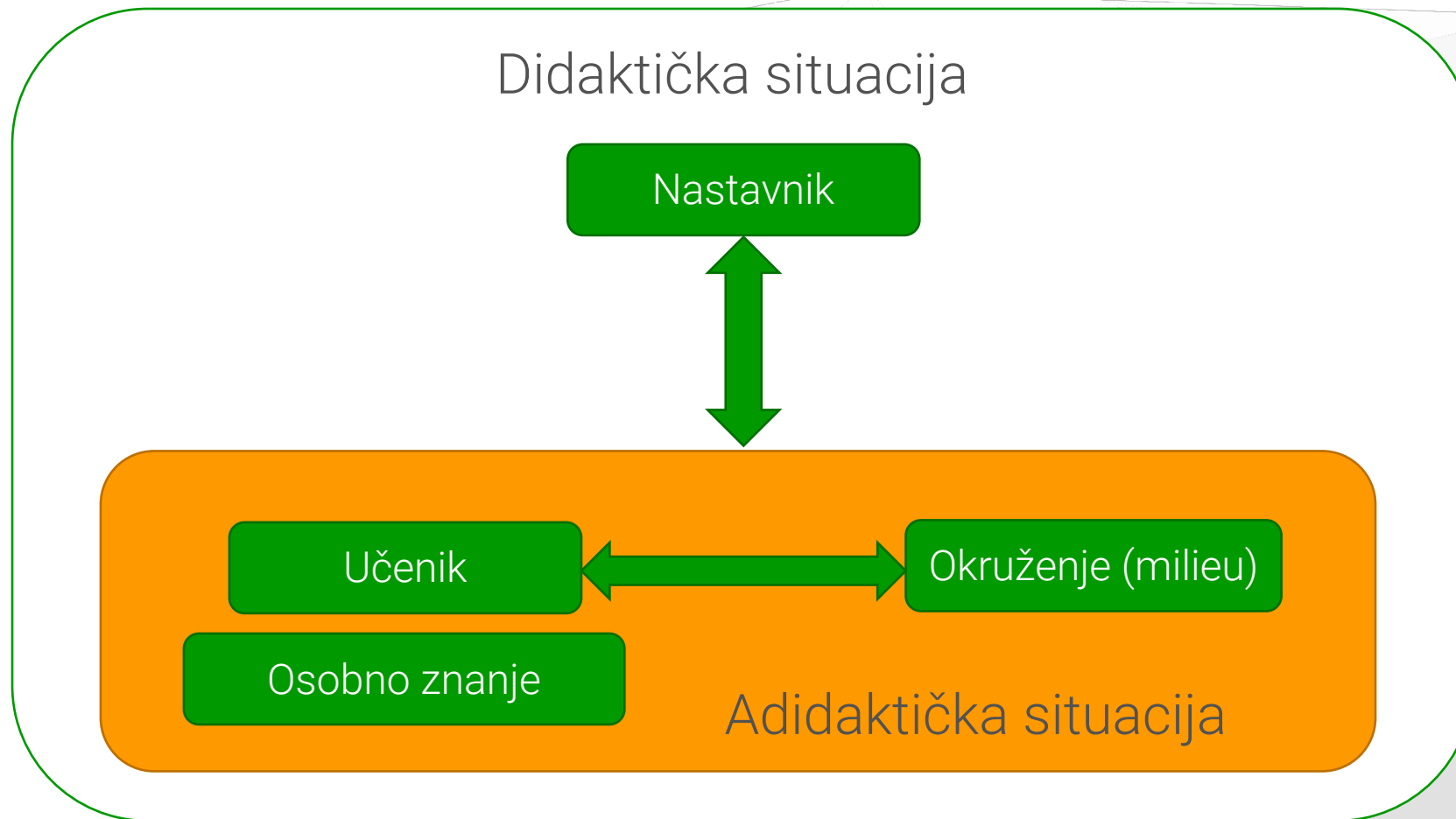
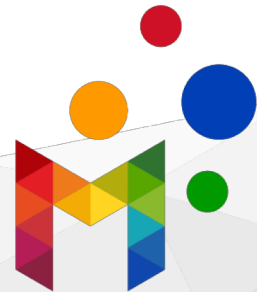
Teorija didaktičkih situacija



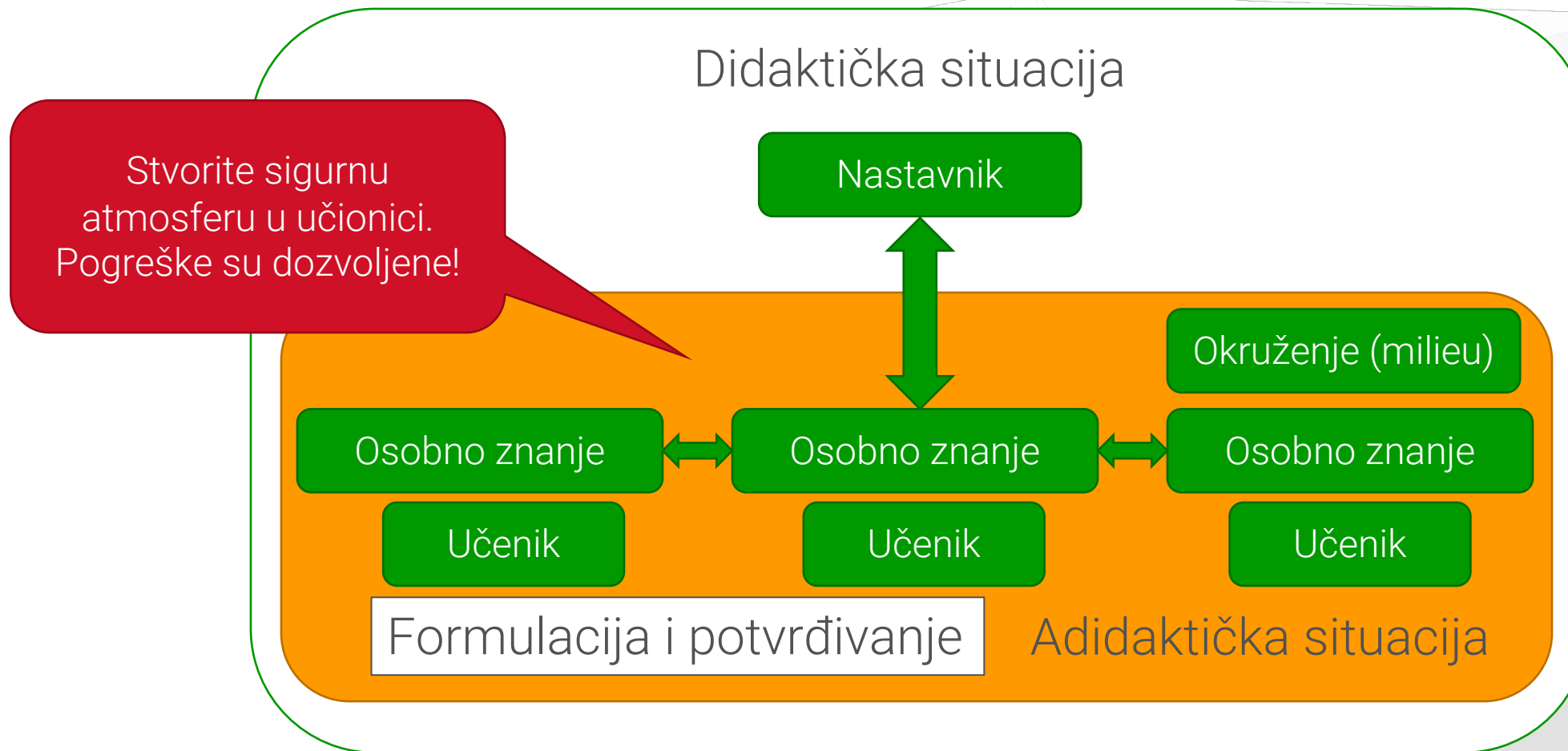
Teorija didaktičkih situacija



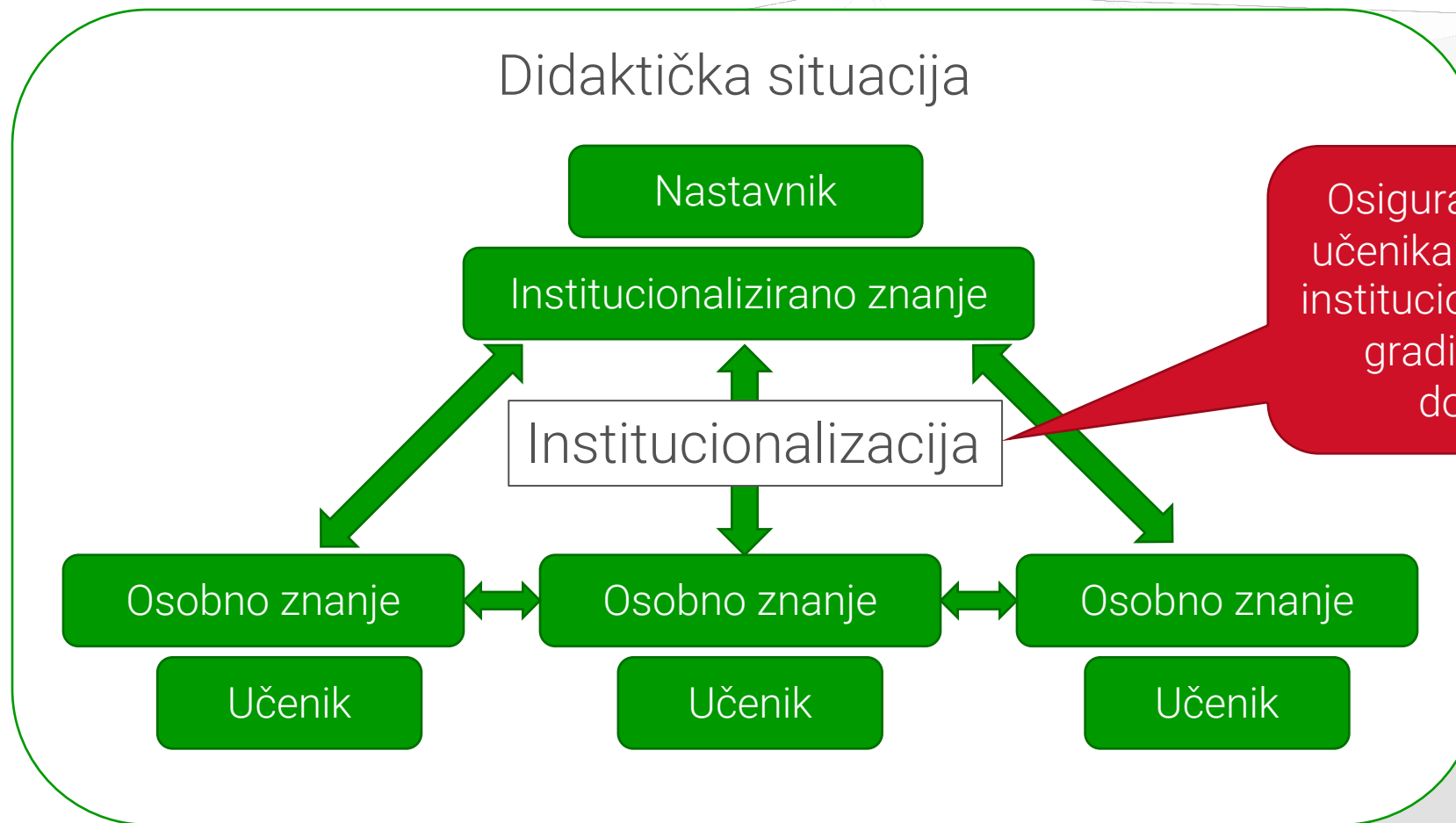
Teorija didaktičkih situacija



Teorija didaktičkih situacija



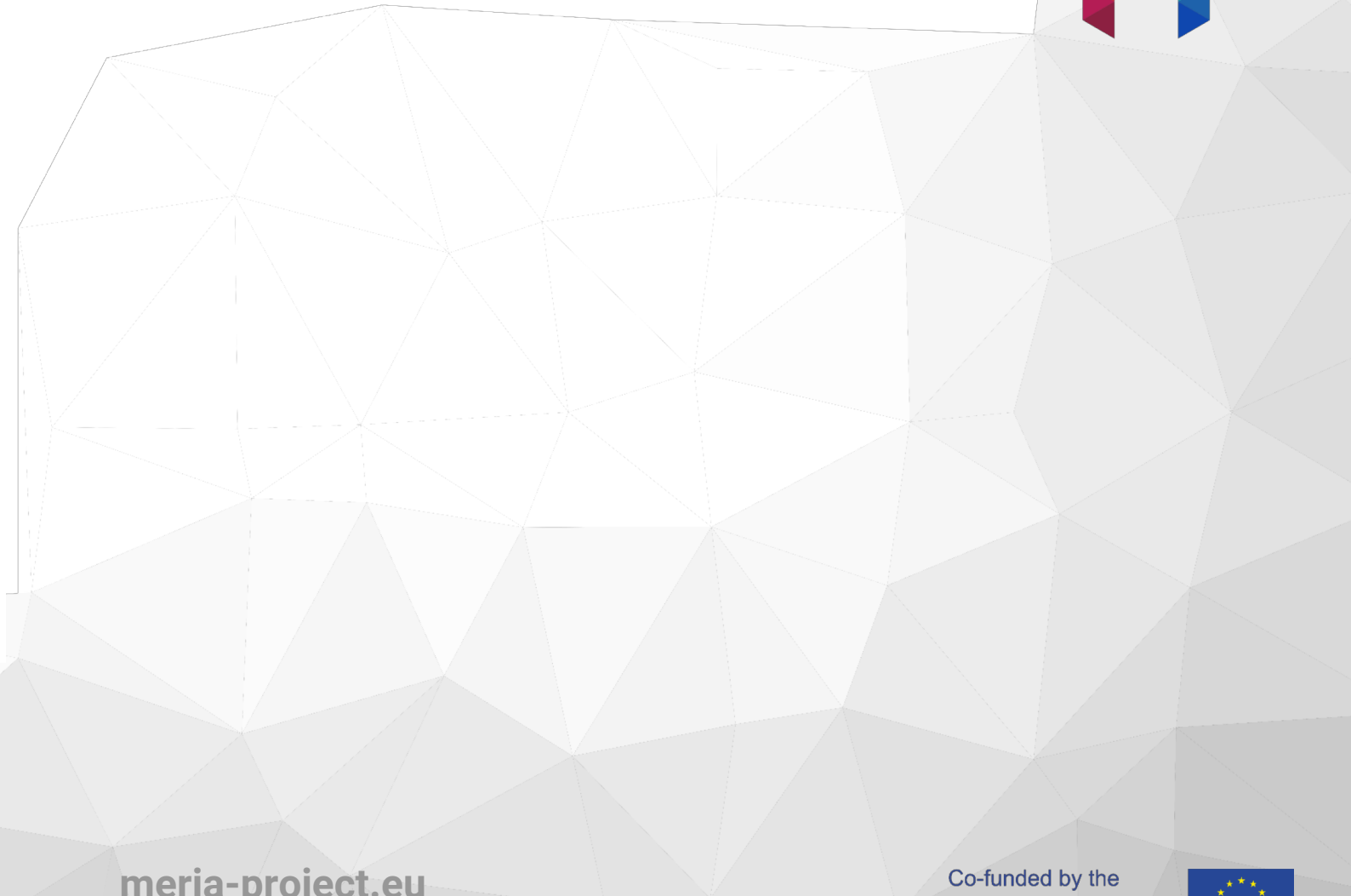
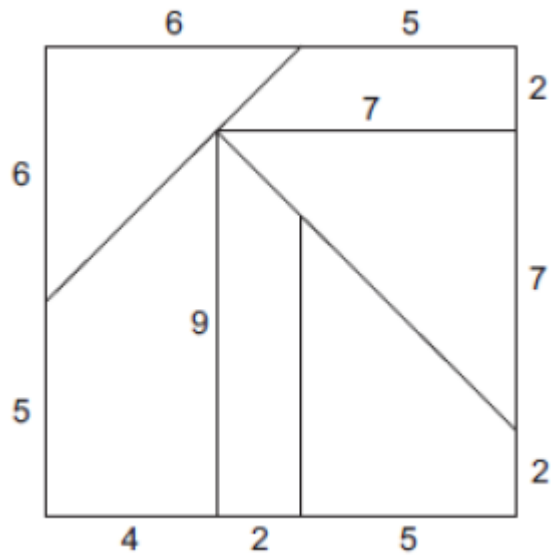
Teorija didaktičkih situacija



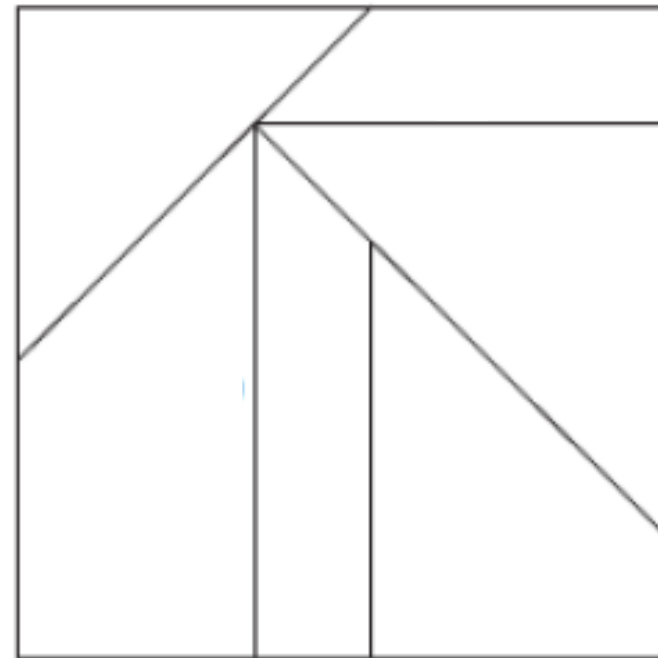
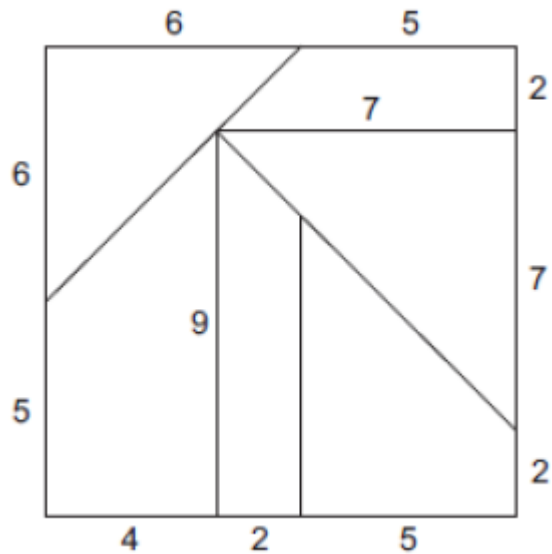
Osigurajte da strategije učenika budu vidljive i da institucionalizirano znanje gradite na njihovim doprinosima!



Primjer: slagalica



Primjer: slagalica



7



Faze u TDSu

	Uloga nastavnika	Uloga učenika	Okruženje	Situacija
Primopredaja (devolucija)	Uvodi, predaje okruženje	Primaju, pokušavaju se uhvatiti u koštac s problemom	Uspostavlja se	Didaktička
Djelovanje	Promatra i zapaža	Djeluju i zapažaju	Problem se istražuje	Adidaktička
Formulacija	Organizira, po potrebi potiče pitanjima	Formuliraju što preciznije moguće	Otvorena rasprava	Adidaktička ili didaktička
Potvrđivanje	Sluša i po potrebi procjenjuje	Raspravljaju, pokušavaju pratiti tuđe argumente	Vođena rasprava	Često didaktička
Institucionalizacija	Prezentira i objašnjava	Slušaju i zapažaju	Institucionalizirano znanje	Didaktička



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable

MERIA scenarij

Radionica za nastavnike
Zagreb, 10.-11. siječnja 2019.

meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Proučite scenarij



Odgovorite na pitanja:

- Slažete li se da je svaka faza potrebna?
- Jesu li faze jasno opisane?
- Nedostaje li vam još uvijek nešto u slučaju da želite isprobati ovo u svojoj učionici?



Prezentirajte scenarij



Pripremite se za prezentaciju scenarija.

1. Problem
2. Ciljano znanje
3. Nekoliko očekivanih strategija
4. Mogući problemi za nastavnika



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable

Provedba MERIA scenarija u vlastitoj učionici

Radionica za nastavnike
Zagreb, 10.-11. siječnja 2019.

meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Počinjemo put...



- Istraživački pristup traži vremena za prilagodbu učenika.
- Razmislite o zadatku/zadacima koje biste mogli otvoriti i zadati svojim učenicima tako da im približite novi način rada i svoja (nova) očekivanja.
- Hoćete li iskoristiti neki od zadataka s radionice ili otvoriti neki zadatak iz udžbenika?



Počinjemo put...



- Istraživački pristup traži vremena za prilagodbu učenika.
- Razmislite o zadatku/zadacima koje biste mogli otvoriti i zadati svojim učenicima tako da im približite novi način rada i svoja (nova) očekivanja.
- Hoćete li iskoristiti neki od zadataka s radionice ili otvoriti neki zadatak iz udžbenika?
- S kolegama iz škole prodiskutirajte provedbu scenarija: U kojem terminu ćete provesti scenarij? U kojem razredu? Kako ćete prezentirati problem? Na koji način će kolege opažati Vaš sat? Koja su Vaša očekivanja?



Prikupljanje materijala i refleksija



- Zamolite kolege koji opažaju Vaš sat da vode bilješke (treći stupac u scenariju) i fotografiraju. Sačuvajte učeničke radove koje smatrate da pokazuju raznovrsnost – radne listiće, fotografije bilježnica itd.
- Nakon provedbe razmislite kako je sat prošao. Podijelite dojmove s kolegama, prodiskutirajte o bilješkama i usporedite rezultate svojih učenika s Vašim očekivanjima.



Kratki izvještaj



- Napišite **kratki izvještaj** i pošaljite nam ga do 31. ožujka. U izvještaju odgovorite na pitanja:
 - Koji scenarij ste proveli?
 - Što Vas je najviše iznenadilo u provedbi?
 - Što je bilo pozitivno?
 - Tko je što naučio i kako to znate?
- Vidimo se 6. travnja!



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable

Matematičko obrazovanje – značajno, zanimljivo, primjenjivo

Eva Špalj, XV. gimnazija, Zagreb
Radionica za nastavnike
Zagreb, 6. travnja 2019.

meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Zašto poučavamo matematiku?



meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Zašto poučavamo matematiku?



Koji su širi ciljevi poučavanja matematike?

Što je tu značajno, zanimljivo, primjenjivo?



Aktivnost

Oblik: **razmisli** - **razmijeni u paru** (10 + 10 minuta)

Tema: Kako poučavamo matematiku?

Razmislite i diskutirajte:

- Kakva je Vaša nastava matematike?
- Je li učenicima značajna, zanimljiva, primjenjiva?
- Prepoznajete li ove ciljeve u svakodnevnoj praksi?



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable

Izviraći modeli

Matija Bašić, PMF, Sveučilište u Zagrebu
Zagreb, 5. travnja 2019.

meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Realistično matematičko obrazovanje (RMO)



- začetnik: **Hans Freudenthal**,
- razvoj: od 80-tih godina 20. st. do danas
- učenici polaze od konteksta koji su im poznati, bliski i puni značenja
(ne nužno iz stvarnog svijeta!)
- učenik konstruira svoje znanje (**konstruktivizam**) kroz procese koji nalikuju razmišljanju znanstvenika (**istraživački usmjereno**)
- naglasak na razumijevanju, umjesto na algoritmima
- Središnji principi:
 - 1) Matematika je **ljudska aktivnost**
 - 2) Matematika puna značenja dolazi iz **bogatog konteksta**.



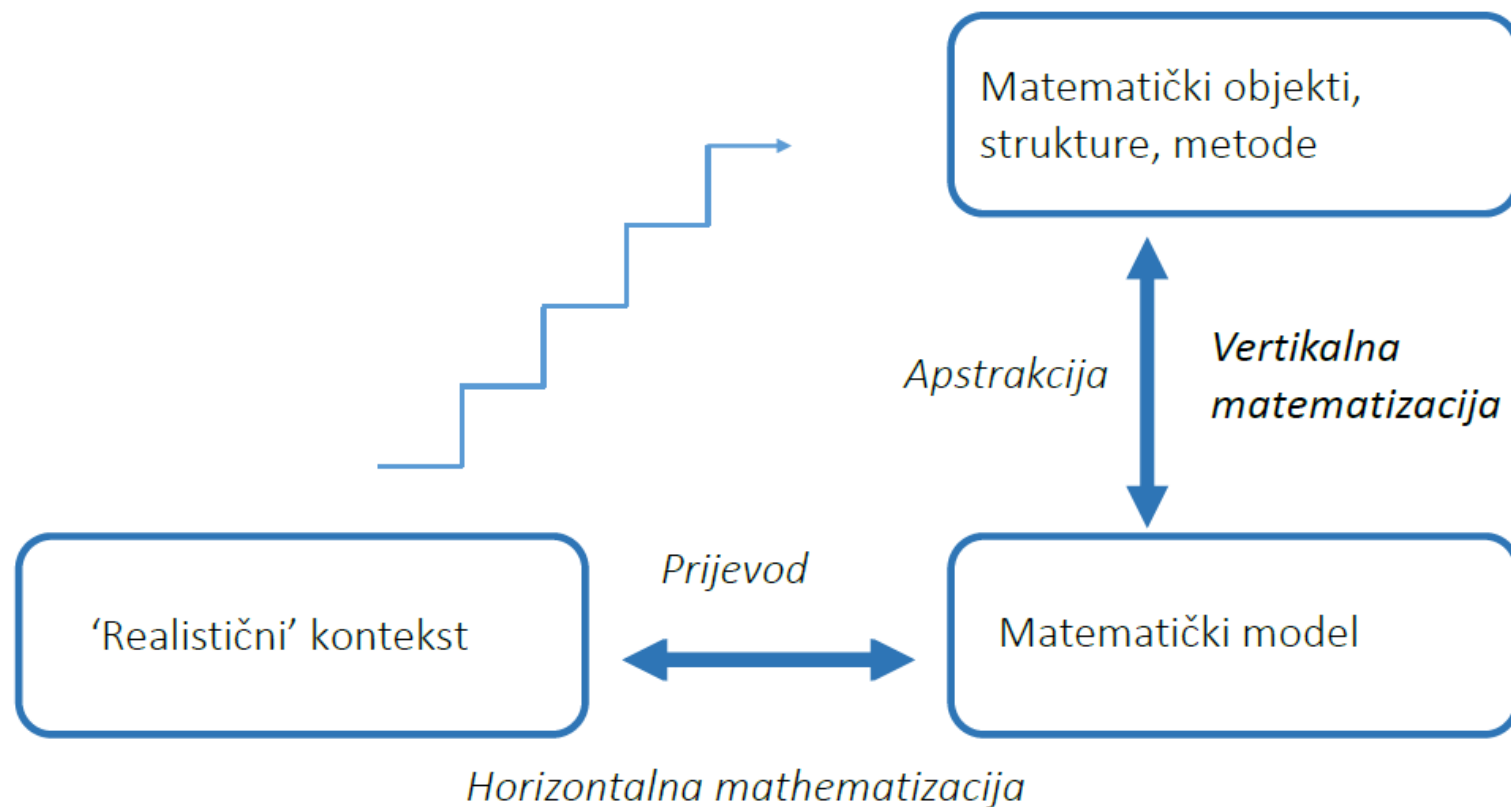
Vođeno otkrivanje



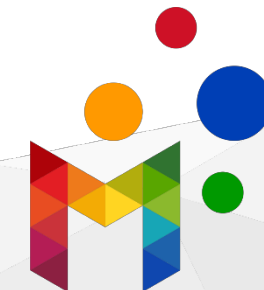
- **Otkrivanje:** rekonstrukcija i razvoj matematičkih koncepata na prirodan način u danoj problemskoj situaciji
- **Vođenje:** učenicima je potrebno vođenje (knjige, vršnjaci, nastavnik) kako bi dosegli zajedničke matematičke standarde
- Kako postići **ravnotežu** između samostalnog otkrivanja i vođenja?
 - Koristiti bogati kontekst
 - Suradnička uloga nastavnika - kako biste sami pristupili problemu?
 - Nastavnik otvara diskusiju u kojoj učenici postavljaju i diskutiraju hipoteze i argumente
 - Što možemo naučiti iz povijesnog razvoja matematičkog koncepta?
 - **Vaše ideje?**



Matematizacija



Modeli u nastajanju



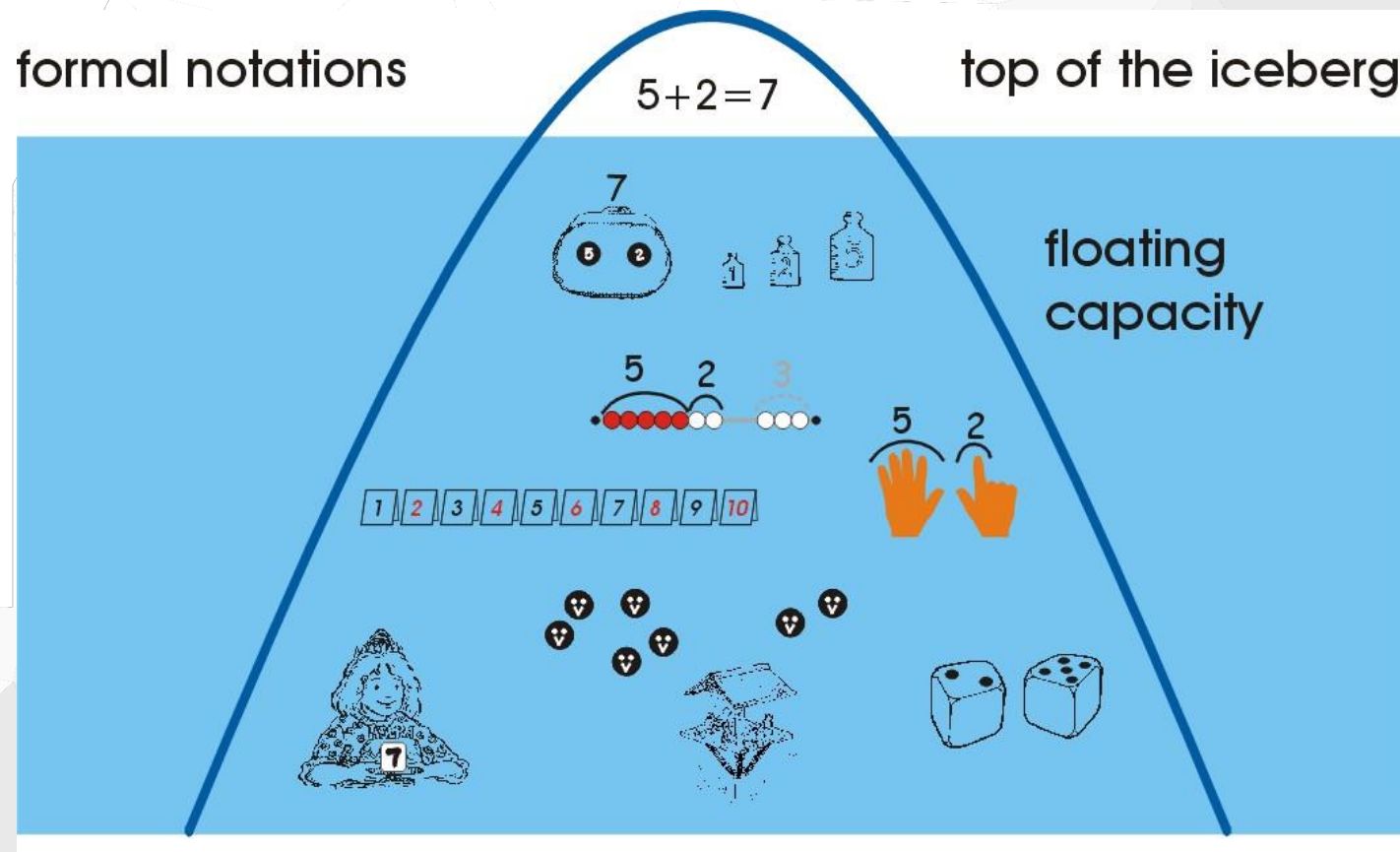
- modeli izvire iz konteksta
- modeli služe kao reprezentacije kontekstualne situacije i omogućavaju učenicima da premoste jaz između neformalnog i formalnog
- modeli omogućavaju učenicima rad na različitim nivoima apstrakcije i pružaju podršku učenicima u razvoju
- Primjer: grafički model za mjerenje vremena (brojevni pravac)



Razvoj formalnog znanja (progresivna formalizacija)



- Učenici kreću od poznatog konteksta, razvijaju vlastite metode, te kroz dobro dizajnirani niz primjera i intervencije nastavnika dolaze do formalnog znanja



Razvoj formalnog znanja (progresivna formalizacija)



Četiri razine zaključivanja:

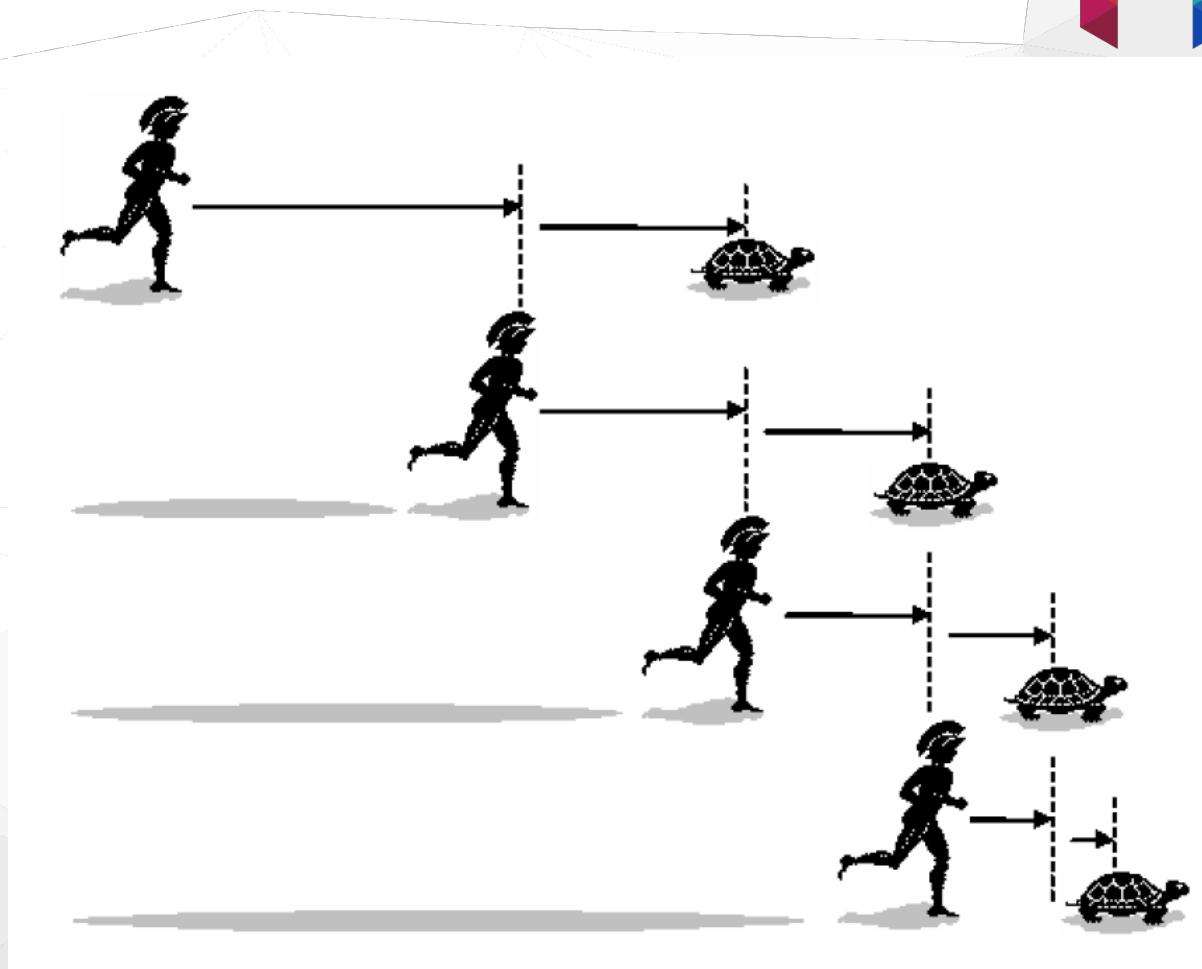
- 1) Situacijska – sve se argumentira u konkretnoj situaciji
- 2) Referencijska – situacija se koristi kao referenca za zaključivanje
- 3) Opća – formiranje zaključaka neovisnih o situaciji
- 4) Formalna – zaključivanje koristeći formalni jezik bez referenciranja na model



Primjeri- Ahilej i kornjača



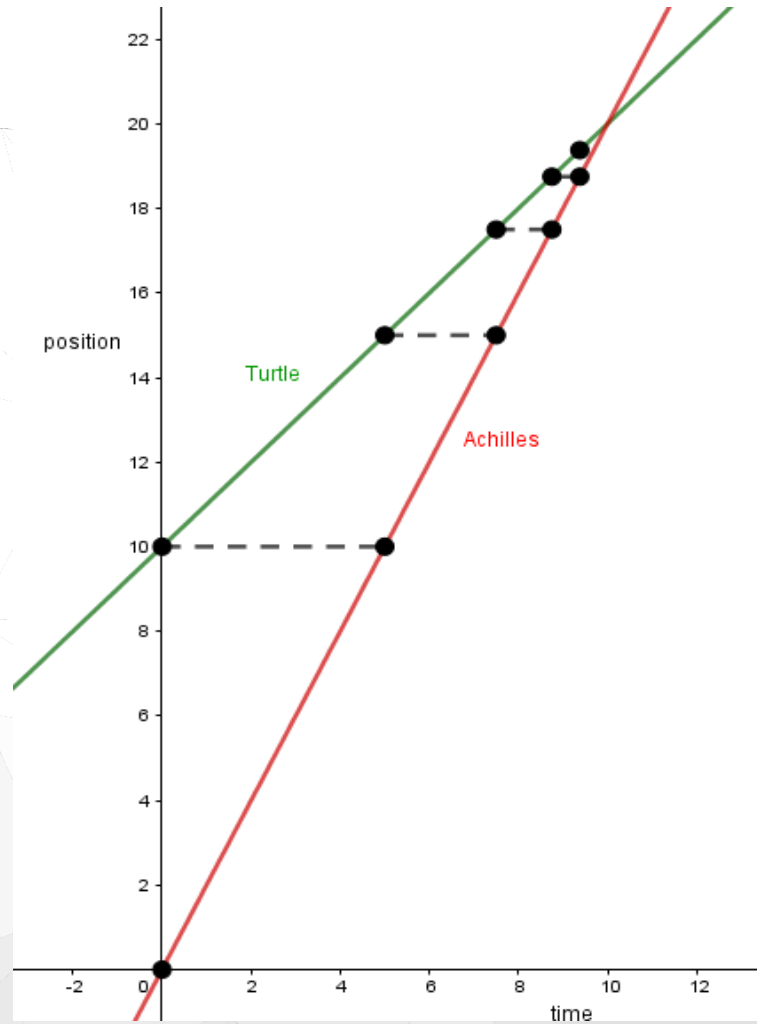
- Promotrite Zenonov paradoks: Ahilej i kornjača se utrkuju. Kako je poznato da je kornjača sporija, ona dobiva prednost te kreće s mjesta ispred Ahileja. Nažalost, to znači da **Ahilej neće nikada moći preći kornjaču.**
- Zašto? Naime, kad Ahilej dođe do mjesta s kojeg je kornjača krenula, kornjača je odmakla naprijed. Kad Ahilej dođe na to mjesto, kornjača je ponovno odmakla naprijed. Kad on dođe na to novo mjesto, kornjača je ponovno odmakla. I tako u beskonačnost
- No, iskustvo nam govori da će Ahilej ipak preći kornjaču. **Objasnite matematički gdje je greška u Zenonovom razmišljanju.**



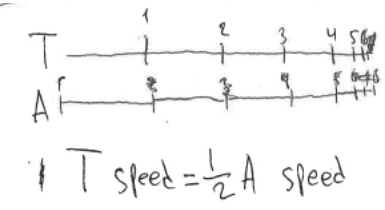
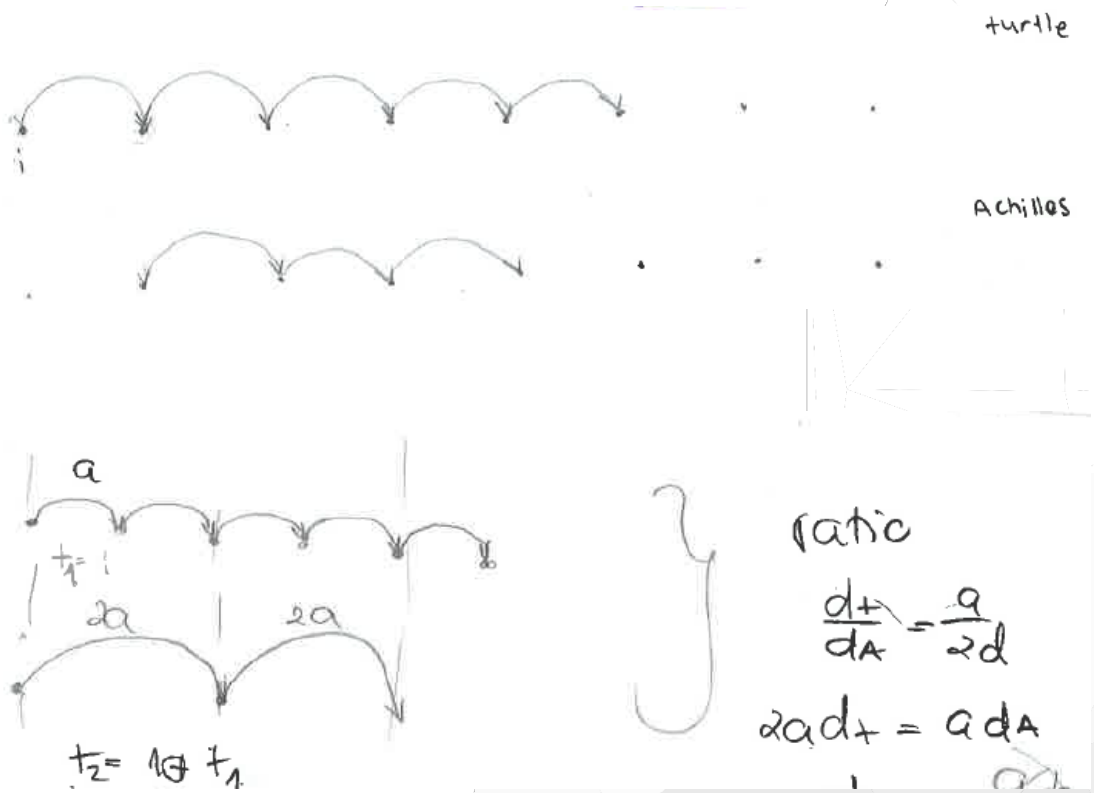
Ahilej i kornjača – modeli

Moment n	0	1	2	3	4
x^T	10	15	17,5	18,75	19,375
x^A	0	10	15	17,5	18,75
t	0	5	7,5	8,75	9,375

$$\begin{aligned}
 x_T^n &= 10 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} \right) x_A^n \\
 &= 10 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right) (n > 0) t_n \\
 &= 5 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right) (n > 0)
 \end{aligned}$$



Ahilej i kornjača – modeli



$T_1 = 100 \text{ s}$
 $A_1 = 50 \text{ s}$
 $T_2 = 50 \text{ s}$
 $A_2 = 25 \text{ s}$
 $T_3 = 25 \text{ s}$
 $A_3 = 12.5 \text{ s}$

- $D_1 = 1 = U_1$
- $D_2 = 0.5$
- $D_3 = 0.25$
- $D_4 = 0.125$
- $D_5 = 0.0625$
- $D_6 = 0.03125$
- $D_7 = 0.015625$
- $D_8 = 0.0078125$
- $D_9 = 0.00390625$
- $D_{10} = 0.001953125$

$$D_n = \frac{U_1}{2^n}$$

$$D_n = U_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

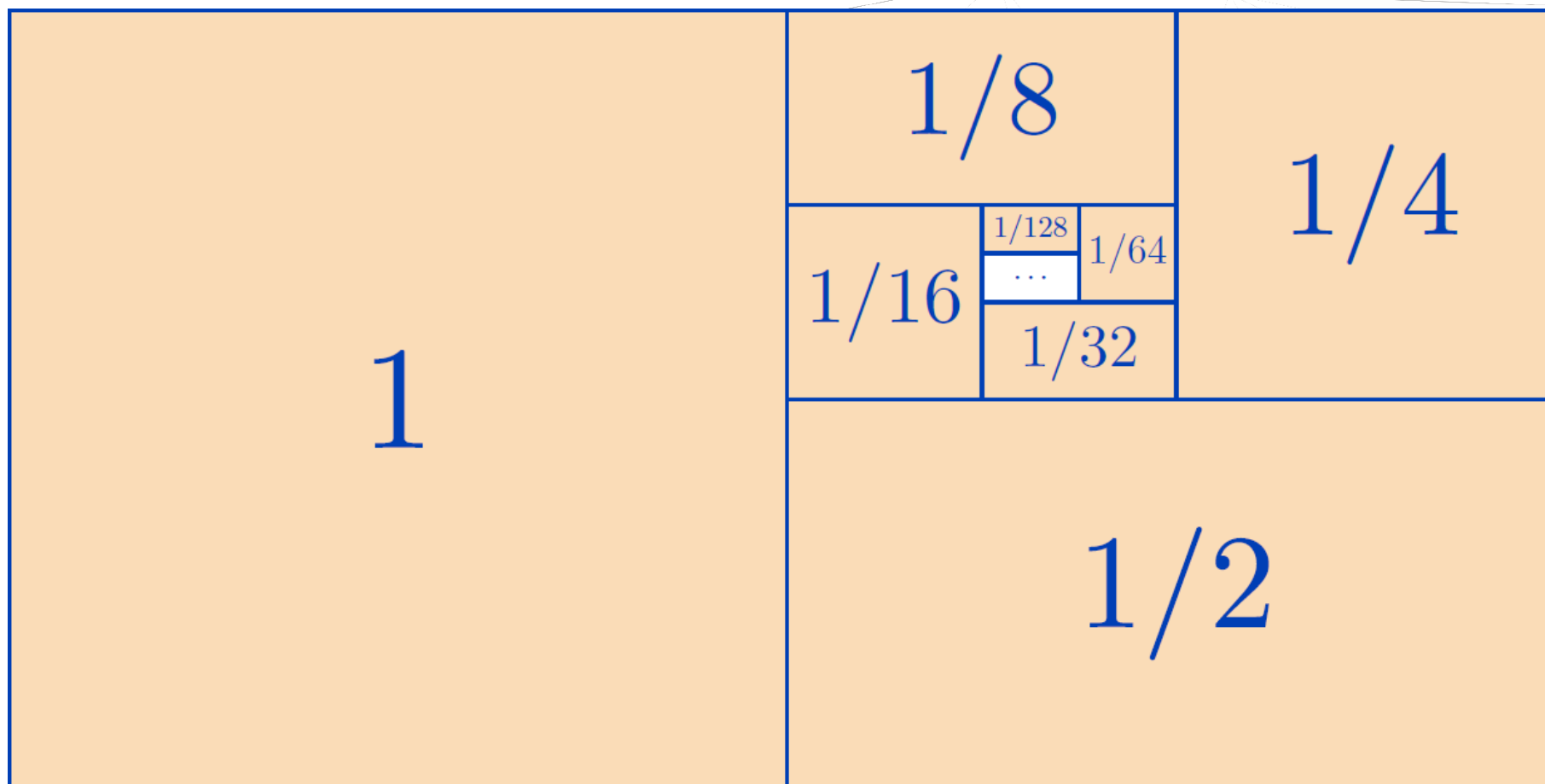
$$U_1 \cdot \frac{1}{2}$$

$$U_1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S_{10} = 1 \cdot \frac{0.5^{10} - 1}{0.5 - 1}$$

1.968

Geometrijski red – model površine



Ahilej i kornjača



Organizacija nastave:

- uvod – opis problema, potencijalni nesporazumi i nejasnoće
- horizontalna matematizacija – različiti modeli (reprezentacije)
- vertikalna matematizacija – razvoj matematičkog alata i metoda (geometrijski red)
- zaključci i refleksija – formalno znanje o geometrijskom redu i razrješavanje paradoksa



Matematizacija – Ahilej i kornjača



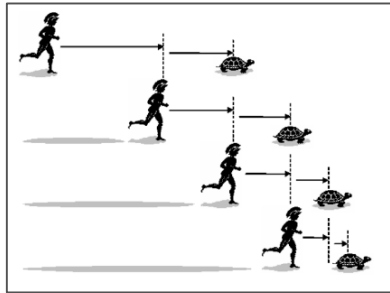
RMO/IUNM-shema

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n x^k = \frac{1}{1-x}$$

Apstraktni, formalni matematički model

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{1-x}$$

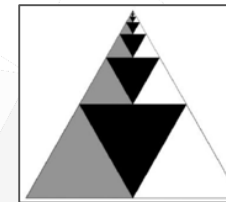
Odgovor, dokaz, potvrda



Horizontalna matematizacija

Vertikalna matematizacija

Bogata, realistična situacija



Neformalni matematički model

Matematičko pitanje, hipoteza, pretpostavka



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable

Izvirući modeli

Radionica za nastavnike
Zagreb, 6. travnja 2019.

meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Scenarij Tobogan

- Promotrite slike skijaške skakaonice i dječjeg tobogana.
- Oboje imaju zakrivljeni dio na dnu i/ili na vrhu i ravni dio u sredini.
- Primijenite matematiku i dizajnirajte takav oblik. Fokusirajte se na samo jedan zakrivljeni dio i ravni dio u sredini.
- Pazite da spuštanje ne bude neugodno.



Horizontalna matematizacija



- Predvidite odluke koje učenici donose dok samostalno rade na problemu
- Identificirajte prilike za horizontalnu matematizaciju
- Predložite kako provesti institucionalizaciju uvažavajući potencijal neformalnih modela koje su učenici razvili

(10 minuta)

meria-project.eu



Vertikalna matematizacija



- Usporedite iskustvo učenja koje učenici imaju pri uobičajenom pristupu derivaciji i iskustvo koje bi mogli imati sa scenarijem
- Opišite kako biste integrirali scenarij u poglavlje o derivacijama
- Opišite kako bi učenicima iskustvo scenarija moglo doprinijeti ostvarivanju ishoda učenja u poglavlju o derivacijama

(10 minuta)

meria-project.eu



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable

Diskusija o provedbi scenarija

Radionica za nastavnike,
XV. gimnazija, Zagreb, 6. travnja 2019.

meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Nakon provedbe scenarija



Prodiskutirajte provedeni scenarij s osvrtnom na:

- Vaša očekivanja
- Djelovanje učenika
- Djelovanje nastavnika
- Postignuća
- Probleme



Zaključak



Na osnovu razmjene iskustava i provedene diskusije, objedinite svoje zaključke i komentare te prikažite sažeto na plakatu za svaku od faza u provedenom scenariju.



Plakat



DEVOLUCIJA

- Jesu li učenici prihvatili problem? Jeste li trebali dodatno nešto objasniti?
- Jeste li koristili dodatne materijale?

DJELOVANJE

- Jesu li učenici samostalno rješavali problem?
- Koliko brzo su počeli raditi?

FORMULACIJA

- Na koji način su učenici prezentirali svoje strategije?
- Kako su se izrazili?

POTVRĐIVANJE

- Do koji zaključaka su učenici došli?
- Koje razine ste uočili?

INSTITUCIONALIZACIJA

- Jeste li mogli institucionalizirati neki dio znanja na temelju onog što su učenici radili?
- Jeste li mogli idući sat povezati s onime što ste napravili po MERIA scenariju?

OPĆENITO

- Što ste sve promijenili? Kako mislite da to utječe na provedbu sata i učenje?



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable

MERIA moduli

Sanja Antoliš, XV. gimnazija, Zagreb
Radionica za nastavnike
Zagreb, 6. travnja 2019.

meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

MERIA modul



- Scenarij
- Materijali i korištenje materijala
- Varijacije temeljene na didaktičkim varijablama
- Promatranja iz prakse
- Alati za evaluaciju
- Prijedlog za daljnje probleme
- Načela i RME perspektiva u scenariju



Put kočenja



U gradskom području s osnovnim školama roditelji se žale na postavljeno ograničenje brzine, jer smatraju da ono nije adekvatno za područje sa školskom djecom.

Skupina bezobzirnih vozača kaže da se ne moraju brinuti jer vozila koče na vrijeme.

Istražite kako put kočenja ovisi o brzini neposredno prije kočenja.

Savjetujte gradonačelnika o posljedicama promjene ograničenja brzine.

Potkrijepite svoj savjet prikazima poput grafova i tablica.

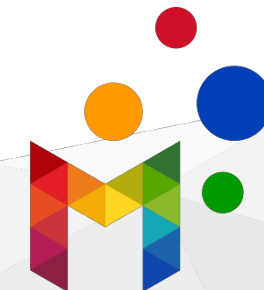
Razmislite najprije o kočenju automobila kod kojeg se brzina smanjuje za 10 km/h svake 0.4 sekunde.



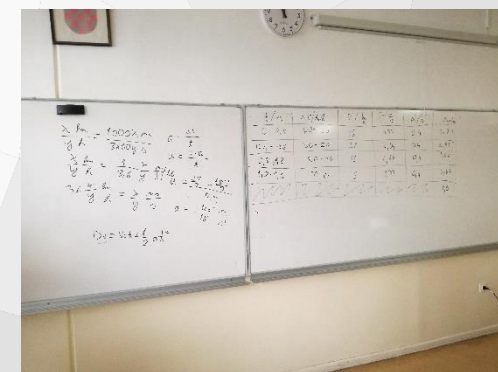
	Vrijeme (sekunde)	Promjena brzine za vrijeme kočenja (km/h)	Prosječna brzina (km/h)	Prosječna brzina (m/s)	Vremenski interval Δt (s)	Prijeđeni put Δl (m)
	$t = 0$ do $t = 0.4$	$v = 40$ do $v = 30$	35			
	:	:	:	:	:	:
Put kočenja (m)						



Put kočenja



- Ciljano znanje: Ovisnost puta kočenja o brzini neposredno prije kočenja je kvadratna
- Širi ciljevi: Kvadratna funkcija i karakterizacija kvadratne funkcije konstantnom drugom derivacijom (konstantnom drugom razlikom za kvadratne nizove) ili konstantnim rastom ili padom prve derivacije
- Interdisciplinarne vještine: učenici rade s varijablama iz fizike pa moraju razumjeti što računaju
- Istraživačke vještine: analiziranje podataka i uočavanje uzoraka u tablicama s brojevima; obrazlaganje rezultata tijekom prezentacija



Aktivnost slagalica



- U ekspertnoj skupini:
 - a) Proučite dio modula unutar vaše skupine (5 minuta)
 - b) Izdvojite najznačajniji dio (2 minute)
- U novoj skupini
 - a) Predstavite svoj najznačajniji dio i poslušajte predstavljanje ostalih
($7 \cdot 3 = 21$ minuta)
 - b) Opišite kako vam dijelovi modula mogu pomoći pri izvođenju scenarija



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Mathematics Education -
Relevant, Interesting and Applicable

ODRŽIVA INOVACIJA u MATEMATIČKOM OBRAZOVANJU

Željka Milin Šipuš, PMF-MO, Sveučilište u Zagrebu
Radionica za nastavnike
Zagreb, 6. travnja 2019.

meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

“ŠTO DALJE?”



RAD U GRUPAMA: NASTAVNICI IZ ISTE ŠKOLE

Raspraviti (10-tak minuta):

- 1. UNATRAG:** Jeste li profitirali i kako u radu s drugim nastavnikom/cima? Što ste naučili? Kako ste uspjeli koristiti dobiveni material (koji je razvio tim MERIA)?
- 2. DANAS:** Što ste danas naučili na radionici? U radu s drugim nastavnicima?
- 3. UNAPRIJED:** Želite li, možete li i kako možete nastaviti na ovaj način? Kako učiti ideju **održivom?**

Svaka grupa iznosi vrlo kratke svoje zaključke!





HVALA NA SUDJELOVANJU!

meria-project.eu

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

