

Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

# Teorien om Didaktiske Situationer

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

# En lille opvarmningsøvelse



## Individuelt

Vælg to naturlige tal mellem 0 og 10,  $n_1$  og  $n_2$

Dan tallen  $n_1n_2$  og  $n_2n_1$  (ikke produkter)

Træk det lille fra det store

Hvad får du?

Gør det et par gange mere – er der noget du bemærker?

## Parvis

Del med sidemanden, hvad du har bemærket



# En lille opvarmningsøvelse



Parvis

Det I har bemærket, gælder det altid?

Hvorfor gælder det altid?

Hvem vil dele med os, hvad I fandt frem til?



# En anden lille øvelse



## Individuelt

Hvilke dele/sekvenser var undervisningen, I netop har oplevet, delt op i? Skriv ned for jer selv.

## Gruppevis (2 par)

Sammenlign med de andre. Er I enige? Prøv at lave en fælles beskrivelse i gruppen.

Del på mega-postit





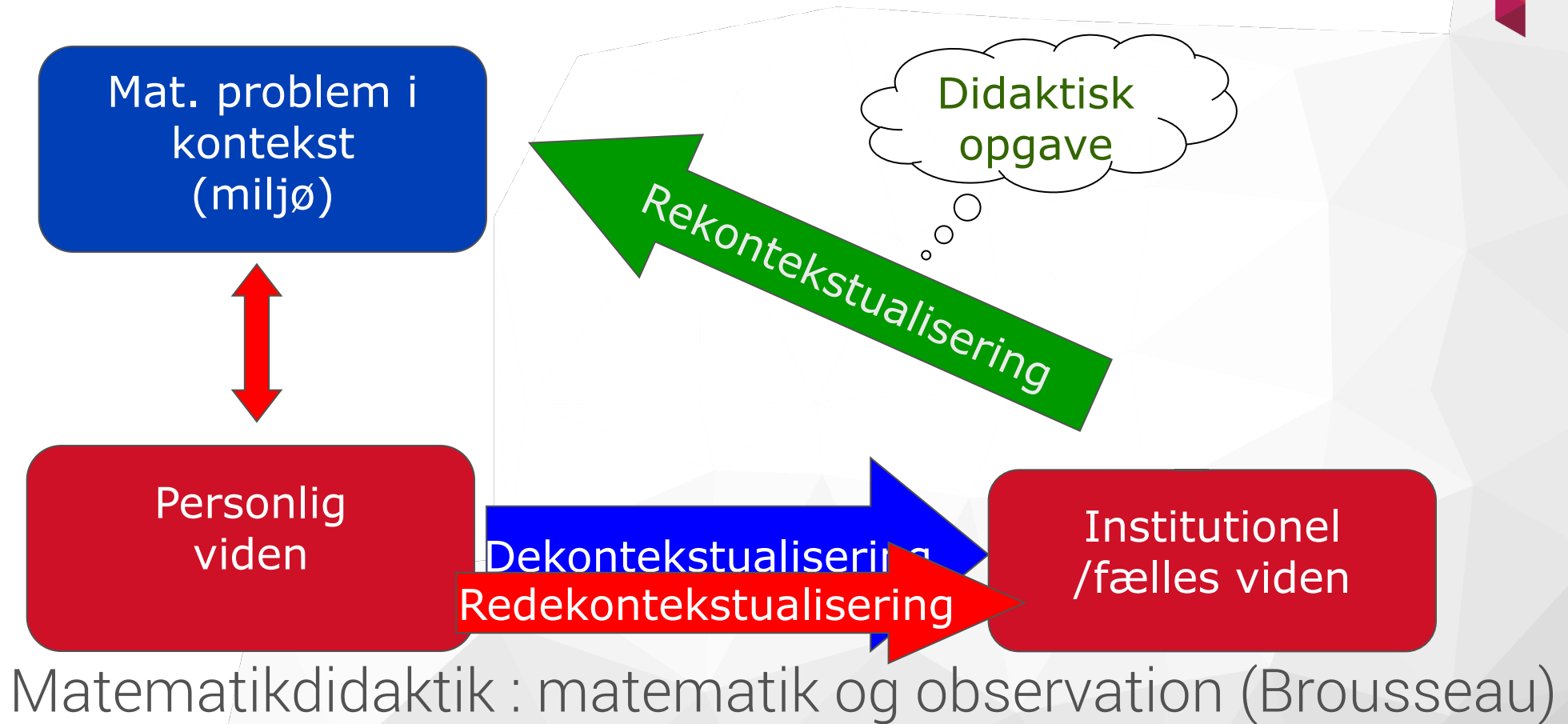
# Teorien om Didaktiske Situationer



	Lærerenes rolle	Elevernes rolle	Miljø	Situation
Devolution	Introducerer, overdrager miljøet	Modtager, prøver at løse et problem	Bliver etableret	Didaktisk
Handling	Observerer og reflekterer	Handler og reflekterer	Problemet bliver udforsket	Adidaktisk
Formulering	Planlægger, hvis nødvendigt sætter i gang med spørgsmål	Formulerer så specifikt som muligt	Åben diskussion	Adidaktisk eller didaktisk
Validering	Lytter og evaluerer hvis nødvendigt	Argumenterer, prøver at forstå andres argumenter	Vejledt diskussion	Oftest didaktisk
Institutionalisering	Præsenterer og forklarer	Lytter og reflekterer	Institutionaliseret viden	Didaktisk

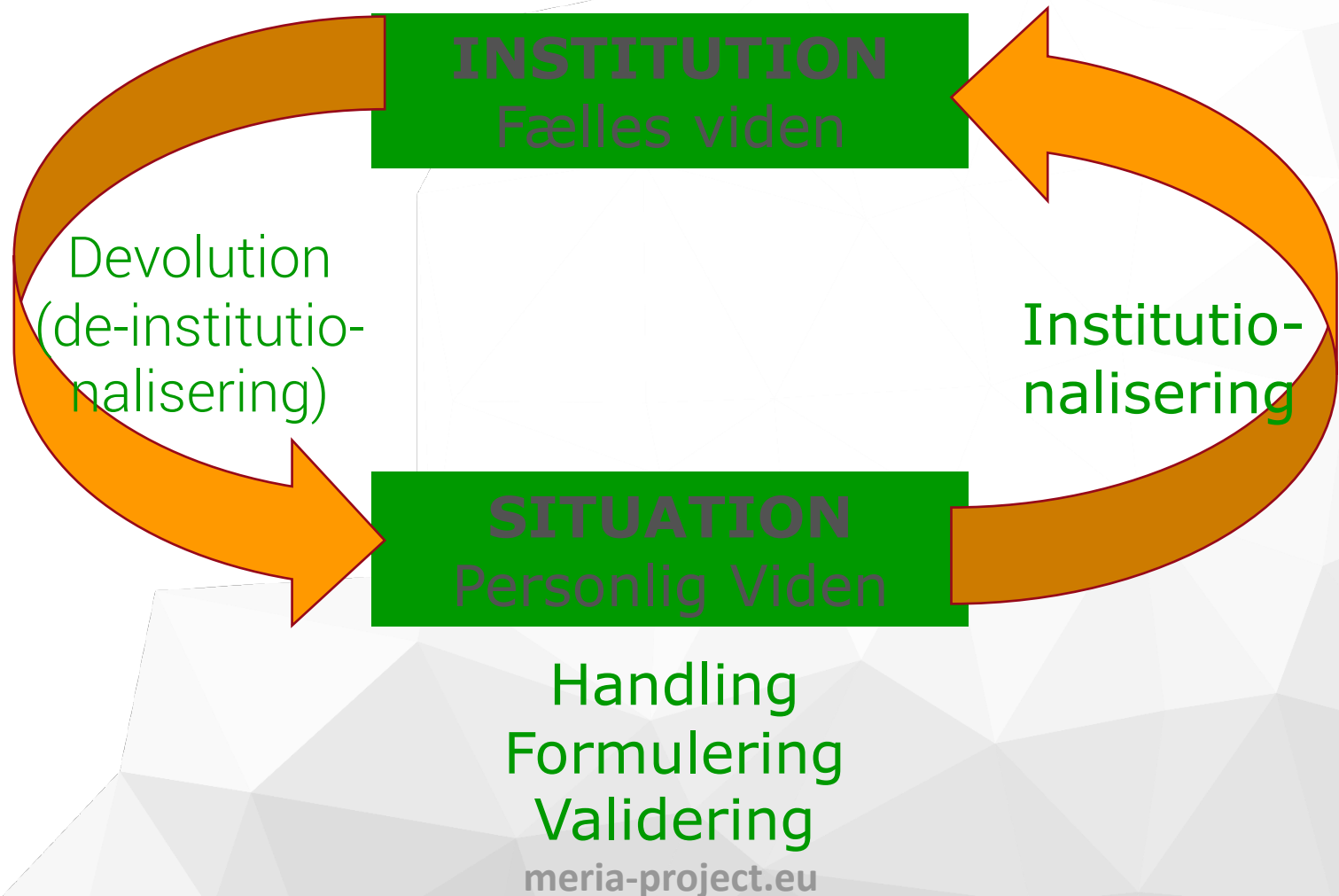


# Teorien om Didaktiske Situationer



Didaktikkens inversproblem  
meria-project.eu

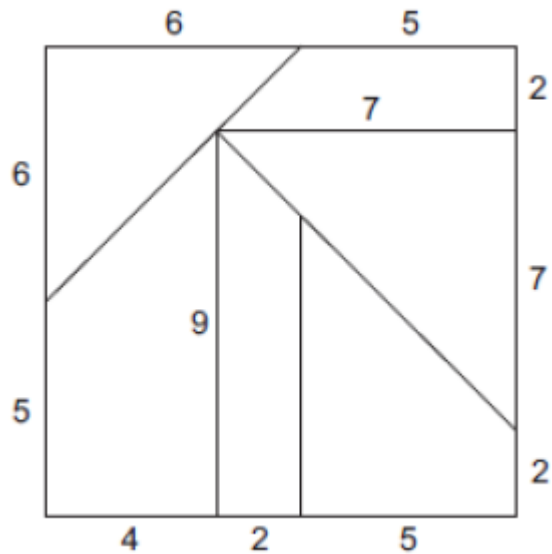
# Teorien om Didaktiske Situationer



# Teorien om Didaktiske Situationer



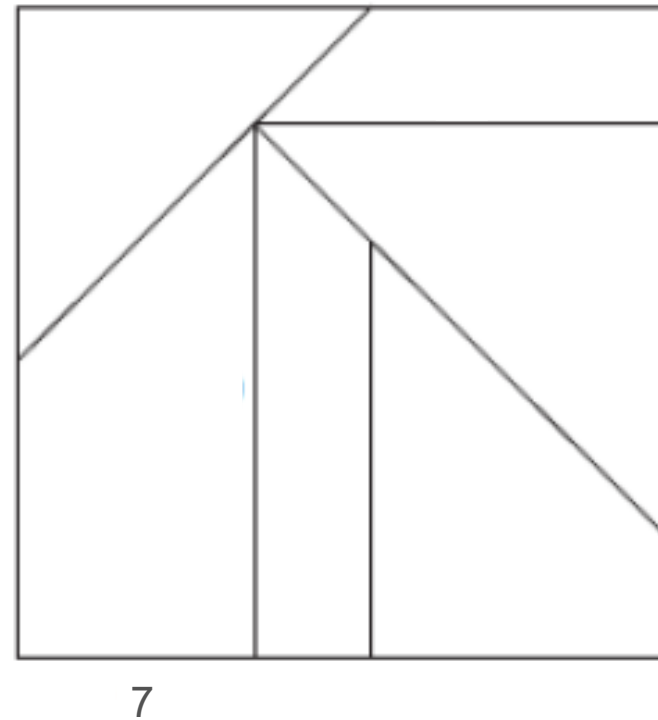
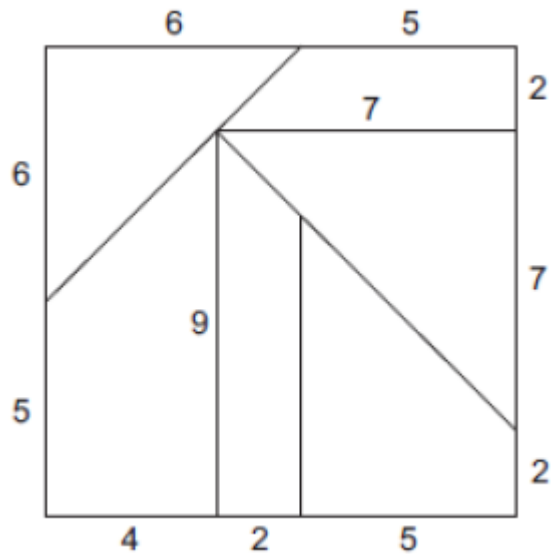
Et rigt miljø



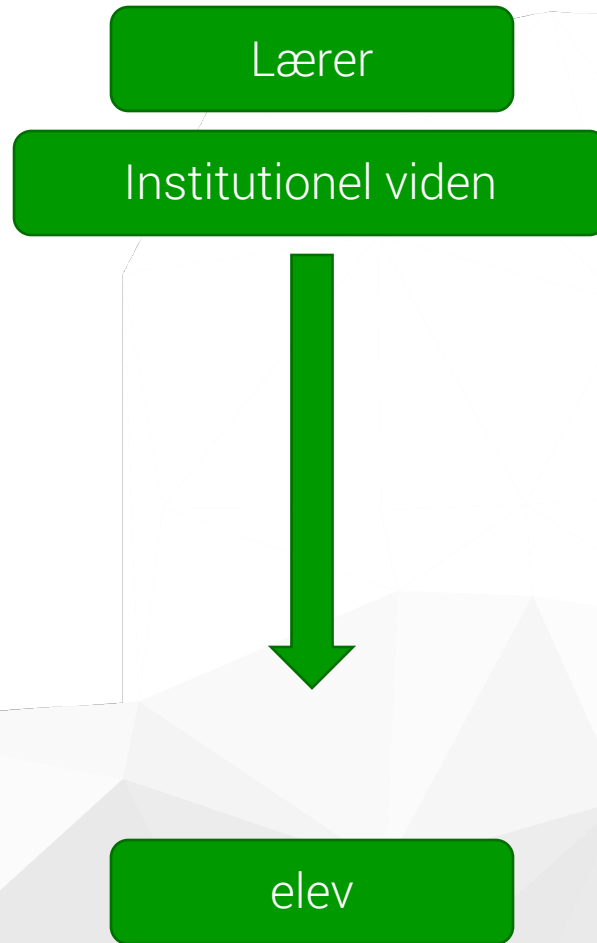
# Theory of Didactical situations



Et rigt miljø



# Traditional undervisning - transmission



[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

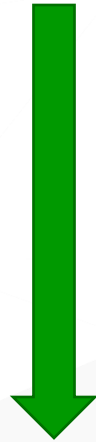
Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



# Traditional undervisning - transmission



Lærer

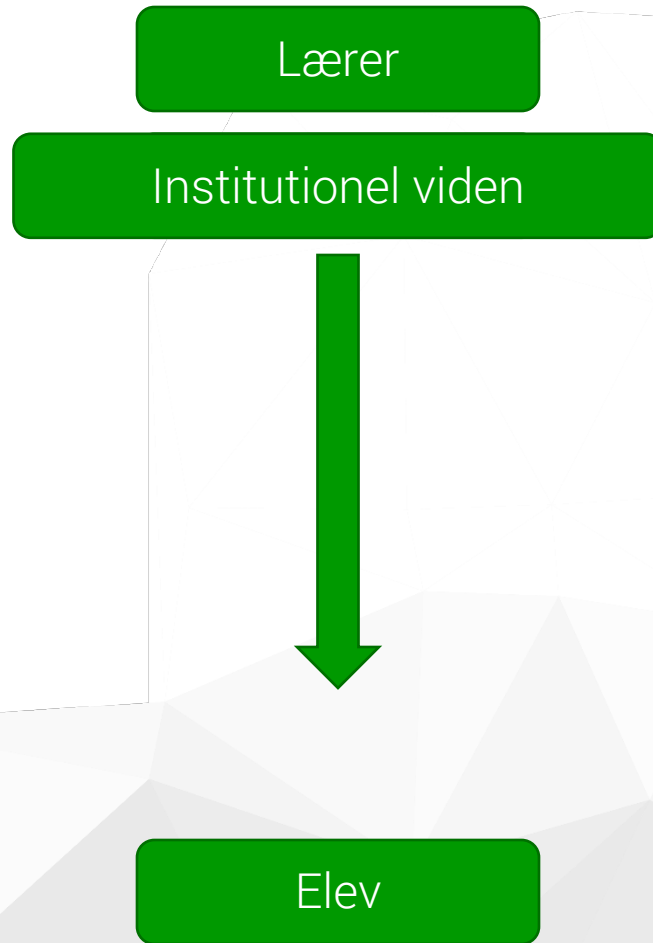


Institutionel viden

Elev

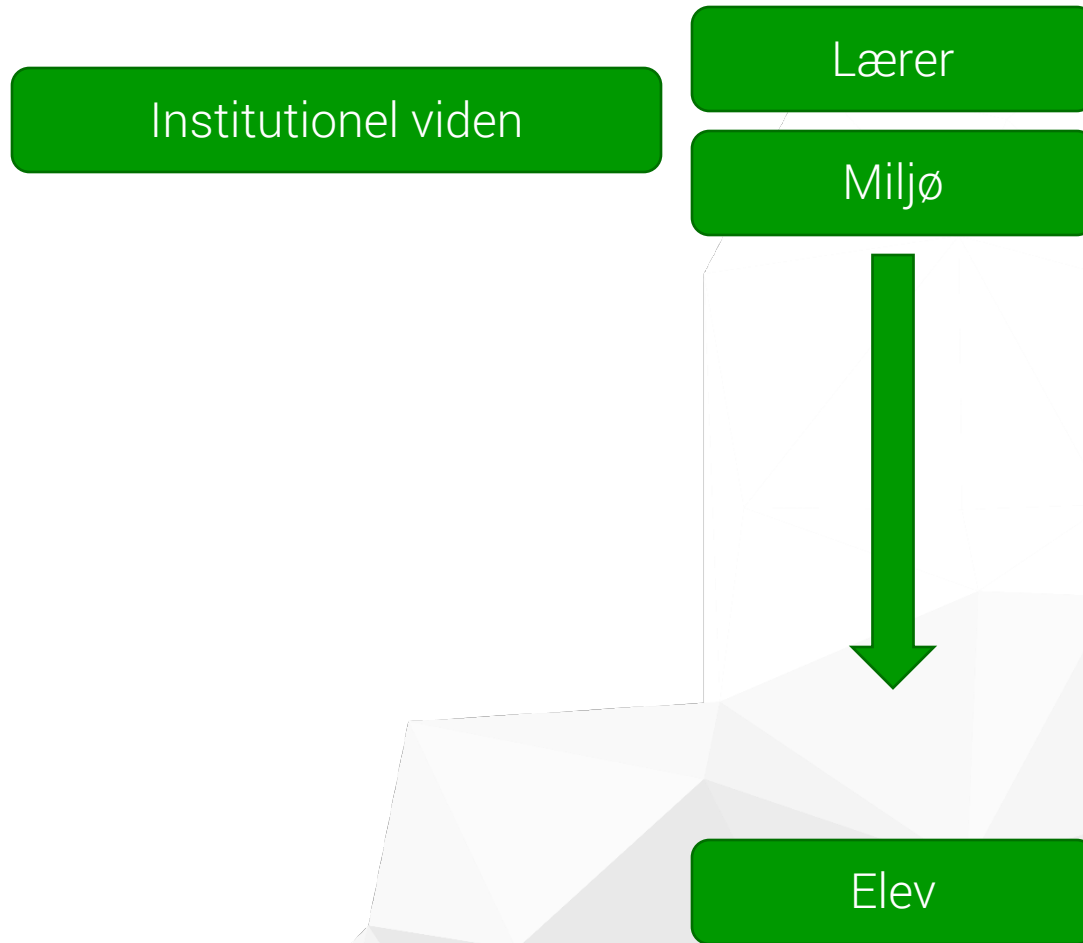


# Teorien om Didaktiske Situationer

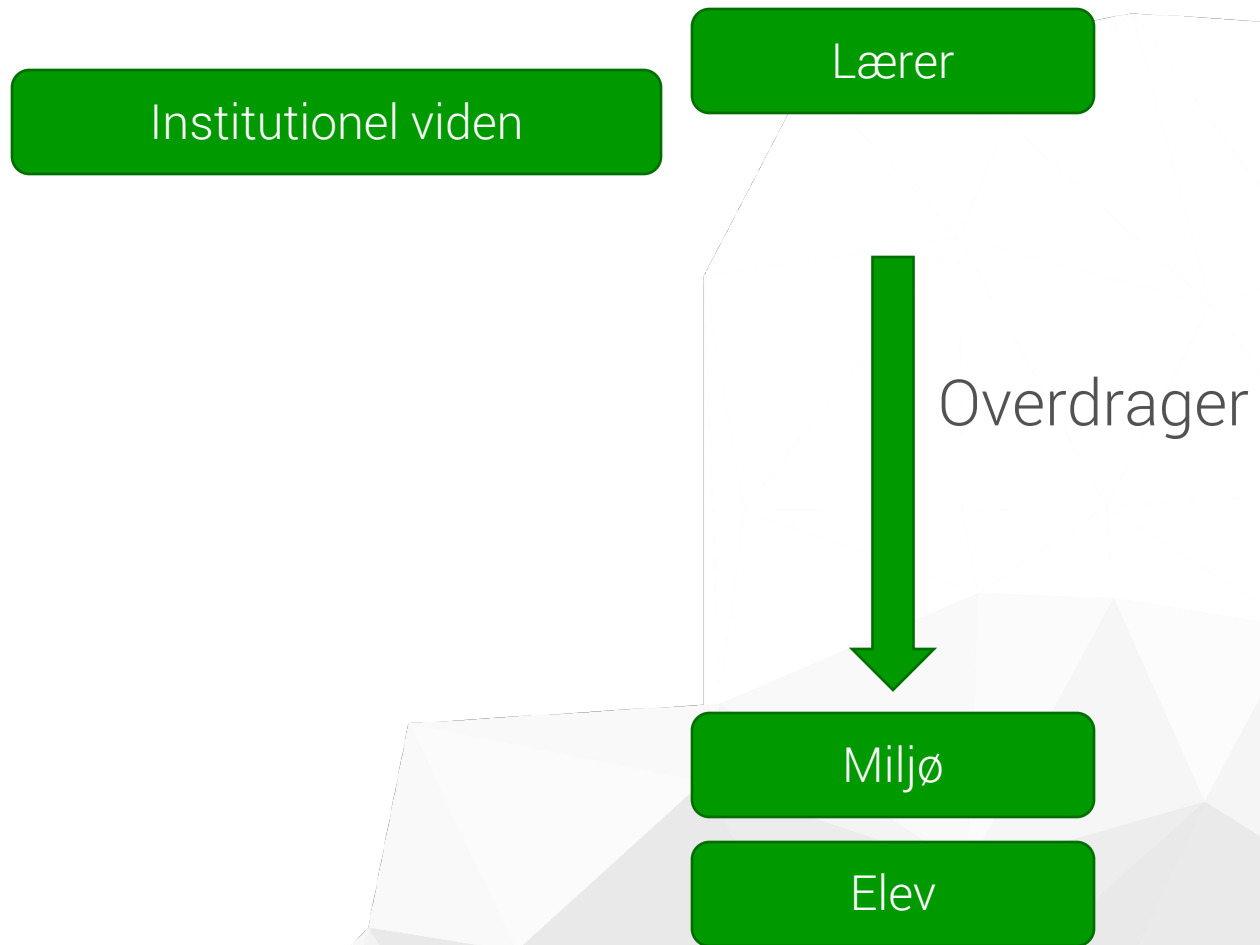




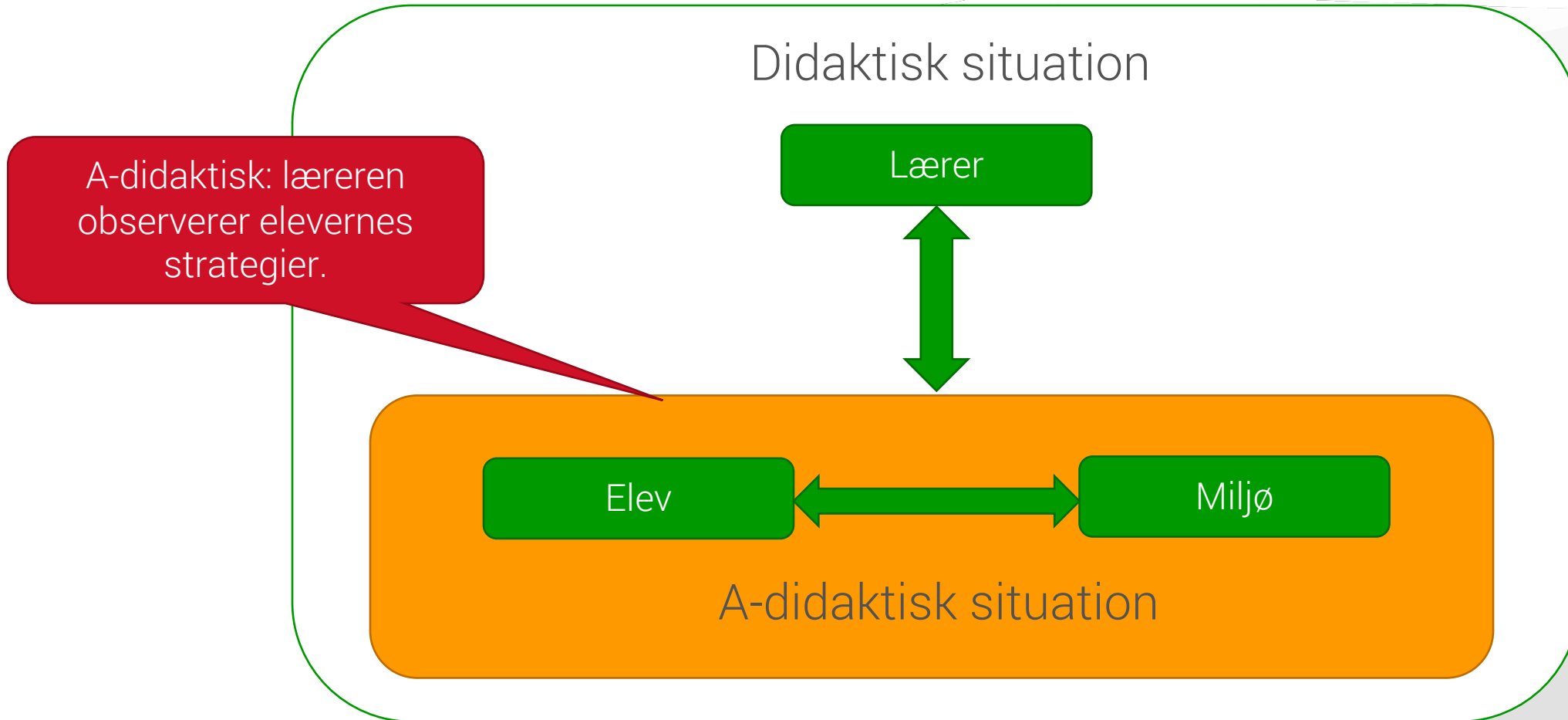
# Teorien om Didaktiske Situationer



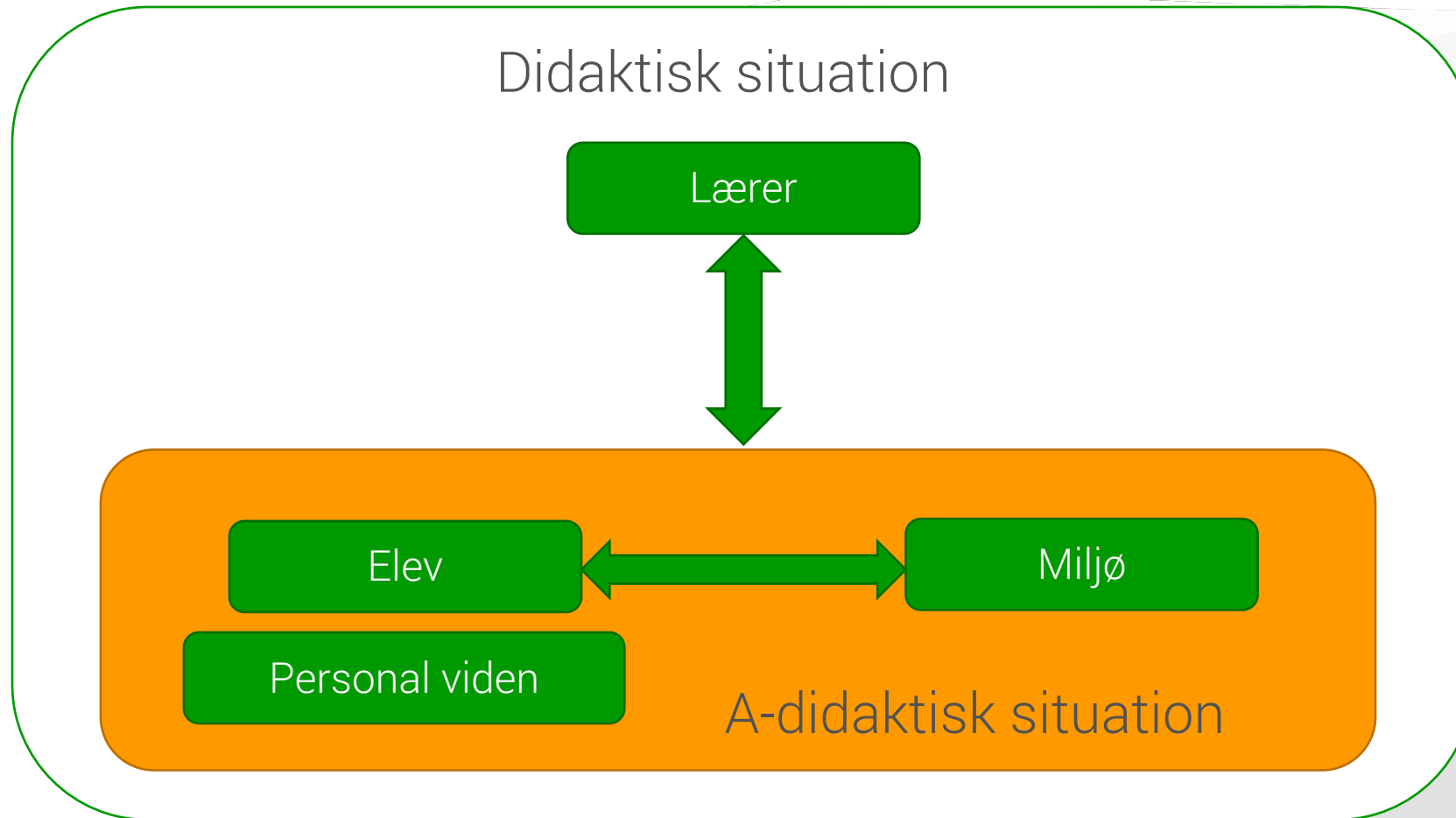
# Teorien om Didaktiske Situationer



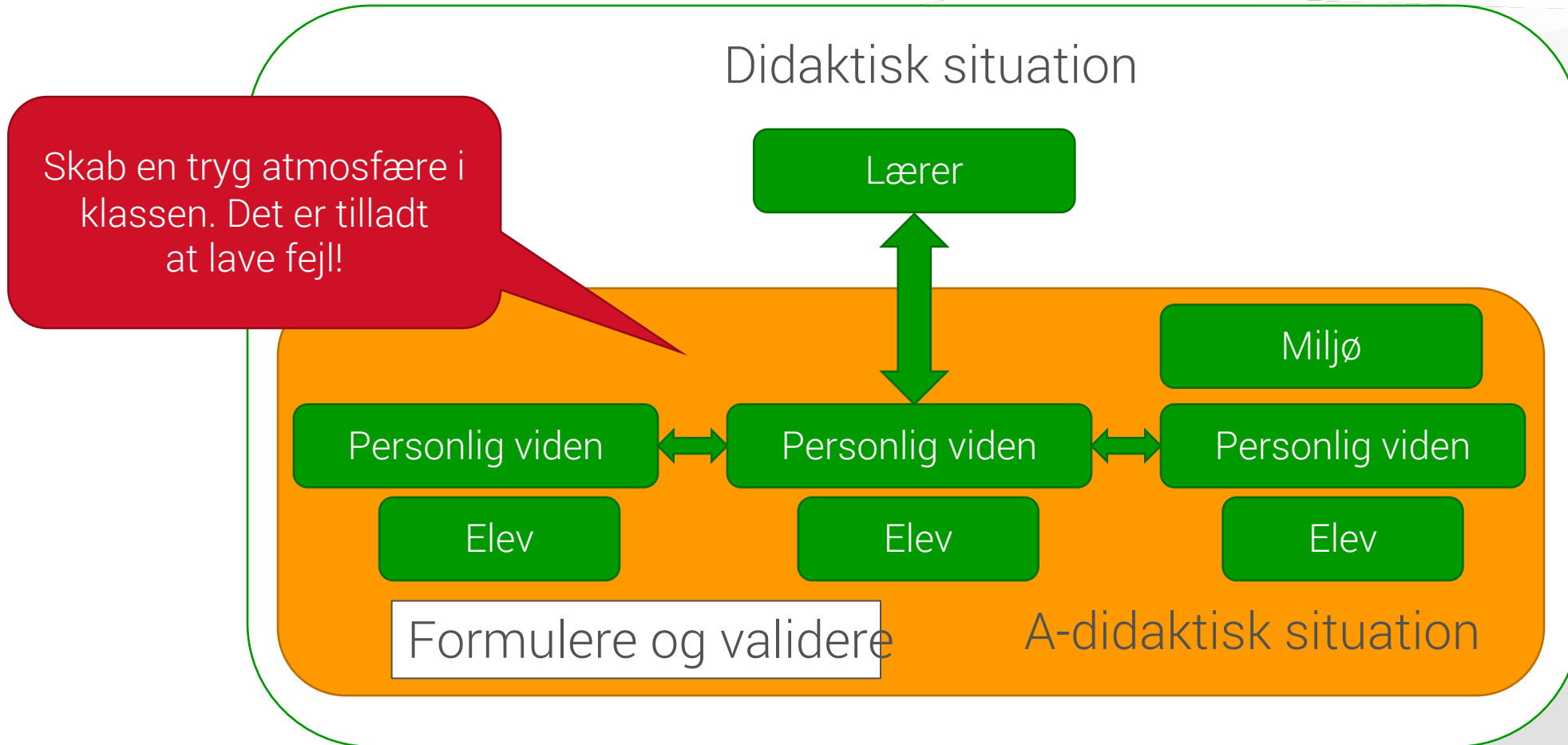
# Teorien om Didaktiske Situationer



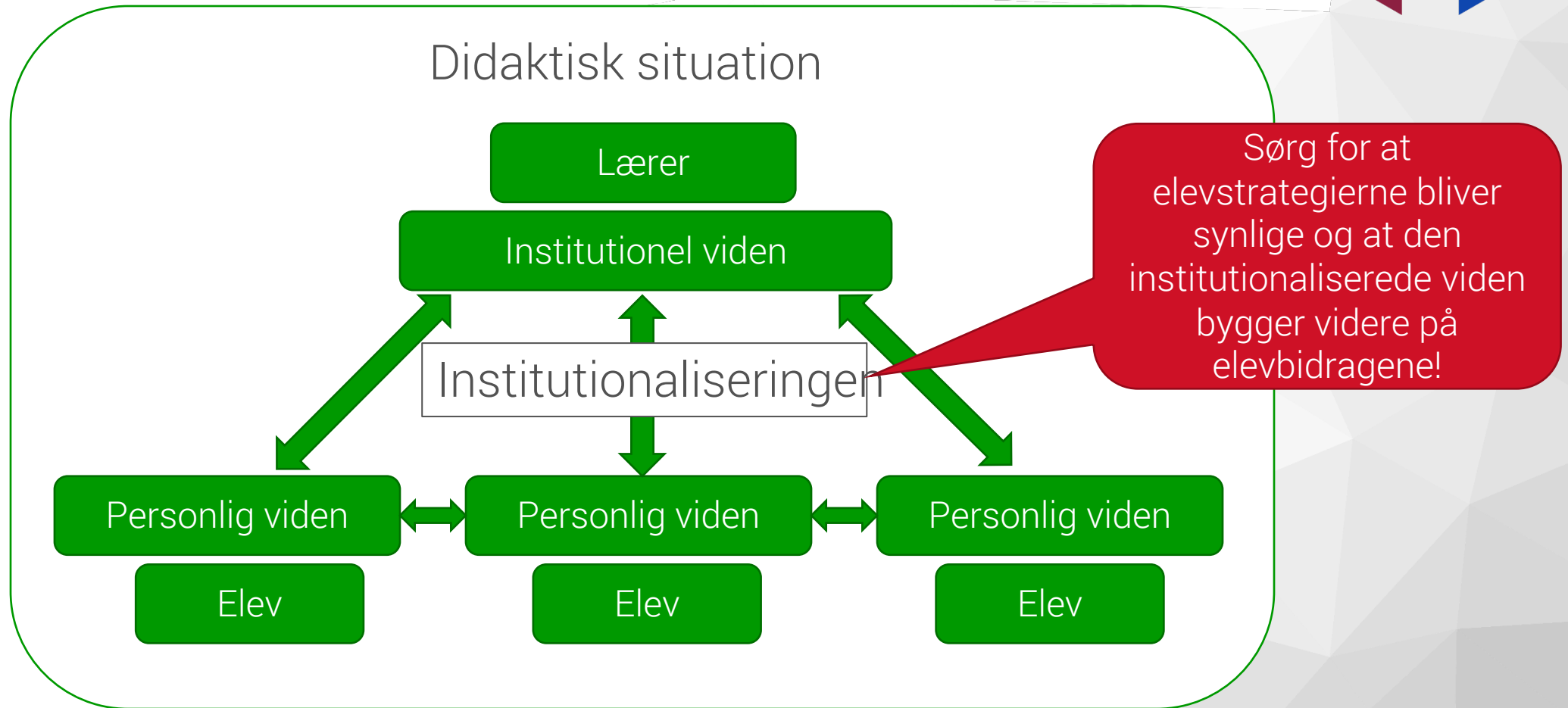
# Teorien om Didaktiske Situationer



# Teorien om Didaktiske Situationer



# Teorien om Didaktiske Situationer



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

MERIA testforløb

Cykelfabrikken

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

# Hvordan laver man en devolution?



## Individuelt

Imens I ser videoerne, så skriv ned, hvad I særligt lægger mærke til?

## I grupper

Del jeres observationer.

Hvad ville I holde fast i?

Hvad ville I gøre anderledes?

Hvilke spørgsmål stilles og besvares – og af hvem?





# Hvilken funktion har handlefasen?



## Individuelt

Imens I ser videoerne, så skriv ned, hvad I særligt lægger mærke til?

## I grupper

Del jeres observationer.

Hvad ville I holde fast i?

Hvad ville I gøre anderledes?

Hvilke rolle har læreren? Hvad skal læreren gøre?



# Hvad formuleres?



## Individuelt

Imens I ser videoerne, så skriv ned, hvad I særligt lægger mærke til?

## I grupper

Del jeres observationer.

Hvad ville I holde fast i?

Hvad ville I gøre anderledes?

Hvad er det rent matematisk at eleverne har lavet (der kan være flere)?

Hvad kan I sige om elevernes læring baseret på elevernes formuleringer?



# Hvad kan og skal valideres?



## Individuelt

Imens I ser videoerne, så skriv ned, hvad I særligt lægger mærke til?

## I grupper

Del jeres observationer.

Hvad ville I holde fast i?

Hvad ville I gøre anderledes?

Hvad valideres i klippet?

Hvordan valideres dette?

Hvilken rolle spillet klippet for elevernes læring?



# Hvordan institutionaliseres der?



## Individuelt

Imens I ser videoerne, så skriv ned, hvad I særligt lægger mærke til?

## I grupper

Del jeres observationer.

Hvad ville I holde fast i?

Hvilke elevstrategier refereres der til?

Hvilken viden institutionaliseres?

Hvem har lært hvad og hvorfor?



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

# MERIA materialer - scenarier

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

# Et godt problem?



**Problemstilling:** Betragt de to billeder. Hvis du åbner din smartphone eller computer, kan du let trække i billedet for at forstørre det. Men hvad sker der med arealet af pyramiden eller den sorte bygning, når du forstørrer billedet?

**Individuelt** Hvor mange løsningsstrategier kan elever (kan du) komme i tanke om at angribe dette problem med? Skriv strategierne ned på et stykke papir/computer.



# Et godt problem?



## I samme grupper

Lav en fuldkommen liste over jeres strategier og list dem efter mest lavpraktiske til mest teoretiske.

*Hvad kan læringsmålet for problemet være?*

## Individuelt

Hvordan ville du håndtere, hvis alle de listede strategier kom frem blandt dine elever – hvordan samler du op?

## I gruppen

Præsenter jeres idéer for hinanden og lav én samlet beskrivelse af, hvordan I samler op.

## Hvordan ville i undervise i det?

I jeres grupper, lav en lektionsplan/skitse over hele modulet. I skal forsøge at aktivere de fem faser fra TDS på en måde, der understøtter elevernes læring som præsenteret i første time.



# Et MERIA scenarie



## I grupperne

- A. Gennemlæs scenariets første tre søjler (tid, lærerens og elevernes handlinger).
  - 1. Er der noget I særligt lægger mærke til?
  - 2. Hvilke forskelle og ligheder er der mellem jeres plan og scenariet?
  
- B. Gennemlæs observationssøjlen og sammenhold denne med de beskrevne faser.
  - 1. Hvad bemærker I?
  
- C. Gennemlæs de resterende dele af scenariet og diskuter i gruppen:
  - 1. Hvordan vil I bruge sådan et materiale i jeres undervisning?
  - 2. Hvad er relevansen af dette materiale ift. den gymnasiale uddannelse I underviser på?





Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

# RME og den rolle kontekst spiller i MERIA

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

# Meningsfuld matematik



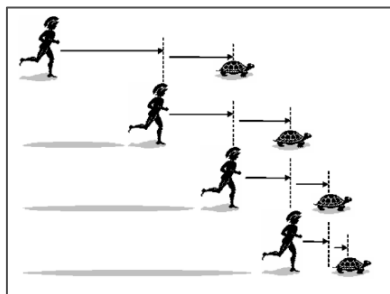
RME/**IBMT**-skema

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n x^k = \frac{1}{1-x}$$

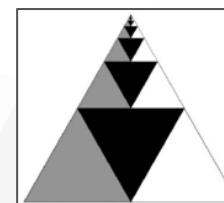
abstrakt, mere formel matematisk model

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{1-x}$$

Svar, beviser, *validering*



Meningsfulde, rige situationer



uformal matematisk model

*Vertikal matematisering*

*Horisontal matematisering*

Matematiske spørgsmål, hypoteser, formodninger



# RME og den rolle 'kontekst' spiller i MERIA



- Opgaver baseret på RME har **rige, realistiske** kontekster der **inviterer til at blive matematiseret** ved at skabe behov for den tilsigtede matematiske viden.
- I en passende kontekst kan det være en udfordring at opdage eller udfolde det fulde 'matematiseringspotential'



# Øvelse om konteksten i RME



Formen: 'think-pair-share'

Emne: Kontekstens rolle i en samling opgaver set fra et RME perspektiv.

Se på eksemplet og besvar spørgsmålene:

- Hvilken matematisering (horisontal/vertikal) fremprovokerer konteksten/situationen?
- Hvilke uformelle matematiske modeller kan man forvente fra eleverne?
- Er konteksten vigtig? Kunne den udelades? Kan den gøres vigtig?
- Kan konteksten bruges eller aktiveres på en anden eller bedre måde?
- Kan eleverne bruge sund fornuft til at adressere konteksten rent matematisk?
- Giver konteksten mening? Bliver den brugt på meningsfuld vis?
- Gør konteksten matematik(ken) mere relevant?



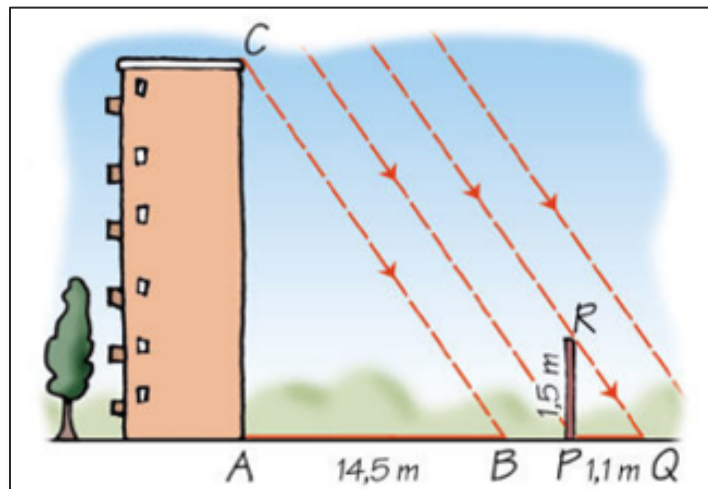
# Eksempel på opgave



## Opgave D

Niels vil gerne vide, hvor højt oppe hans lejlighed ligger. På en solskinsdag måler han længden af skyggen  $AB$  til at være 14,5 meter. En 1,5 meter høj pæl har en skygge på 1,1 meter.

- Udfyld  $\triangle ABC \sim \triangle \dots$ , fordi ... og ...
- Lav en forholdstabel og indskriv data
- Beregn  $AC$  i meter ned til en decimal.



Se på eksemplet og besvar spørgsmålene:

- Hvilken matematisering (horisontal/vertikal) fremprovokerer konteksten/situationen?
- Hvilke uformelle matematiske modeller kan man forvente fra eleverne?
- Er konteksten vigtig? Kunne den udelades? Kan den gøres vigtig?
- Kan konteksten bruges eller aktiveres på en anden eller bedre måde?
- Kan eleverne bruge sund fornuft til at adressere konteksten rent matematisk?
- Giver konteksten mening? Bliver den brugt på meningsfuld vis?
- Gør konteksten matematik(ken) mere relevant?



# Øvelse om konteksten i RME



Think	5 minutter
Pair	5-10 minutter
Share	10-15 minutter

Se på eksemplet og besvar spørgsmålene:

- Hvilken matematisering (horisontal/vertikal) fremprovokerer konteksten/situationen?
- Hvilke uformelle matematiske modeller kan man forvente fra eleverne?
- Er konteksten vigtig? Kunne den udelades? Kan den gøres vigtig?
- Kan konteksten bruges eller aktiveres på en anden eller bedre måde?
- Kan eleverne bruge sund fornuft til at adressere konteksten rent matematisk?
- Giver konteksten mening? Bliver den brugt på meningsfuld vis?
- Gør konteksten matematik(ken) mere relevant?



# I scenarierne – bremselængden



## Begrundelser for og RME-perspektiver på scenariet

### Relevans og anvendelighed

Scenariet om bremselængder relaterer til erfaringer fra hverdagen og til en viden knyttet til køretøjers bevægelse og opbremsning. Eleverne bliver opmærksomme på, at hastigheden umiddelbart før bremsning har en effekt på bremselængden. Viden og færdigheder relateret til emnet om kvadratiske sammenhænge er til stede inden for mange andre områder også.



# I scenarierne – bremselængden



## Begrundelser for og RME-perspektiver på scenariet

### Undersøgelsesfærdigheder

Det undersøgelsesbaserede er inkluderet i alle faserne. Eleverne bør vænne sig til det undersøgelsesbaserede og oftere sættes i situationer, hvor de arbejder på denne måde. Således vil de ikke bare udvikle matematiske kompetencer men også udvikle undersøgelsesfærdigheder. Gennem elevernes arbejde med problemstillingen vil de generere eksempler, eksperimentere systematisk, organisere data, formulere hypoteser, finde og verificere formler, samarbejde og kommunikere.

Undersøgelsesfærdighederne burde inkluderes i den feedback der gives i valideringsfasen samt institutionaliseringen.





# I scenarierne – bremselængden



## Begrundelser for og RME-perspektiver på scenariet.

### Potentiale for et forløb

Dette scenarie kan være en del af et forløb om kvadratiske sammenhænge og egenskaberne for kvadratiske følger og funktioner.

*Forudsætninger:* det forudsættes, at eleverne forstår funktionsbegrebet og i særdeleshed den lineære funktion. Skal der arbejdes med aritmetiske følger og deres egenskaber, så skal eleverne have kendskab til begrebet følger.

*Introduktion:* en kontekst med en bil der bremser, kan bruges som en bred åben problemstilling, der involverer modulet.



# I scenarierne – bremselængden



## Begrundelser for og RME-perspektiver på scenariet.

### Begrundelse for scenariet

*Horisontal matematisering*: det matematiske sprog introduceres for at kunne drøfte hele situationen. Eleverne laver den første uformelle model af situationen – scenariet med bremselængder og kvadratiske sammenhænge introduceres.

*Vertikal matematisering*: matematikken der indgår i problemstillingen skal føres et skridt videre. Modellen er lavet mere kompakt og generel. Eleverne undersøger mønstre i tallene og i deres summer.

Eleverne betragter kvadratiske følger og det karakteristiske ved kvadratiske følger: De første differenser er lineære og den anden differens er konstant. Endvidere er summer af udtryk i lineære (aritmetiske) følger kvadratiske følger. Generaliseres dette til kvadratiske funktioner, så er den første afledede lineær og den anden afledede er konstant. Endvidere er det ubestemte integral af en lineær funktion kvadratisk.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



**Mathematics Education -**  
Relevant, Interesting and Applicable

## 2. MERIA Workshop

Odense den 10. april 2017

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

# Bordet rundt



Fordel jer efter, hvilket scenarie I har prøvet – kulørte skilte indikerer hvor

Overvej med jer selv:

- Hvad overraskede jer positivt?
- Hvad vil I overveje, at gøre anderledes næste gang?

Tag en runde først med det positive, dernæst med ændringsforslag

- Til det sidste skal I overveje: hvorfor vil I lave de foreslåede ændringer og hvad betyder det for elevernes mulighed for at lære noget ny matematik?



# Hvem har lært hvad?



Bliv i grupperne

Gå ind i en delt dropbox:

[https://www.dropbox.com/home/MERIAanalyse\\_april2019](https://www.dropbox.com/home/MERIAanalyse_april2019)

- Den blev del med jer i går på mail ☺

Hver gruppe har en folder med jeres tilsendte materialer og arbejdsark

- Åben ws...docx og læs materialet på egen skærm
- Én fra gruppen tager noter til plenum (og gem i folder)



# Deling af lærerviden

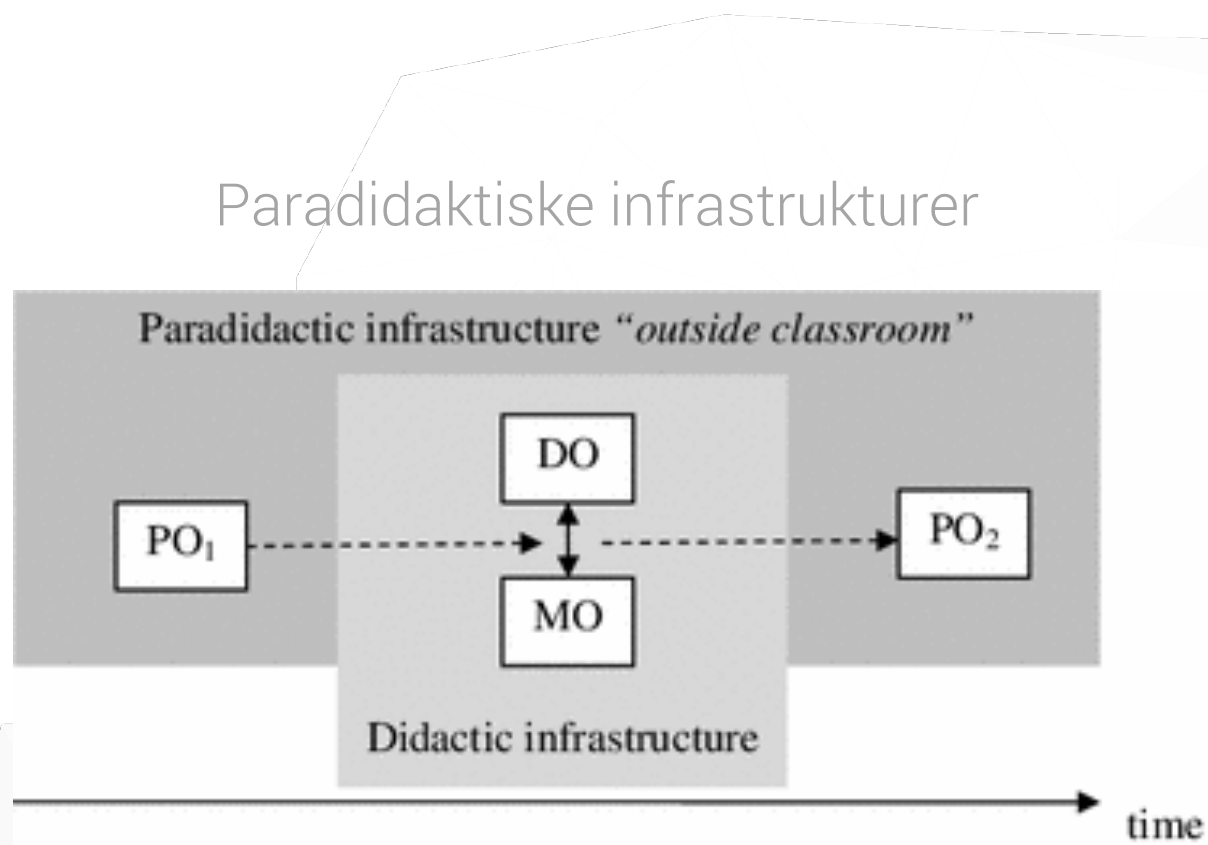


Plenum: Hvordan vil I dele jeres viden med jeres kollegaer og faggruppe?

- Lektionsplaner ~ til tider svære at dele
- Samarbejdsmodus:
  - fælles planlægning,
  - gennemførelse m. observation,
  - fælles refleksion



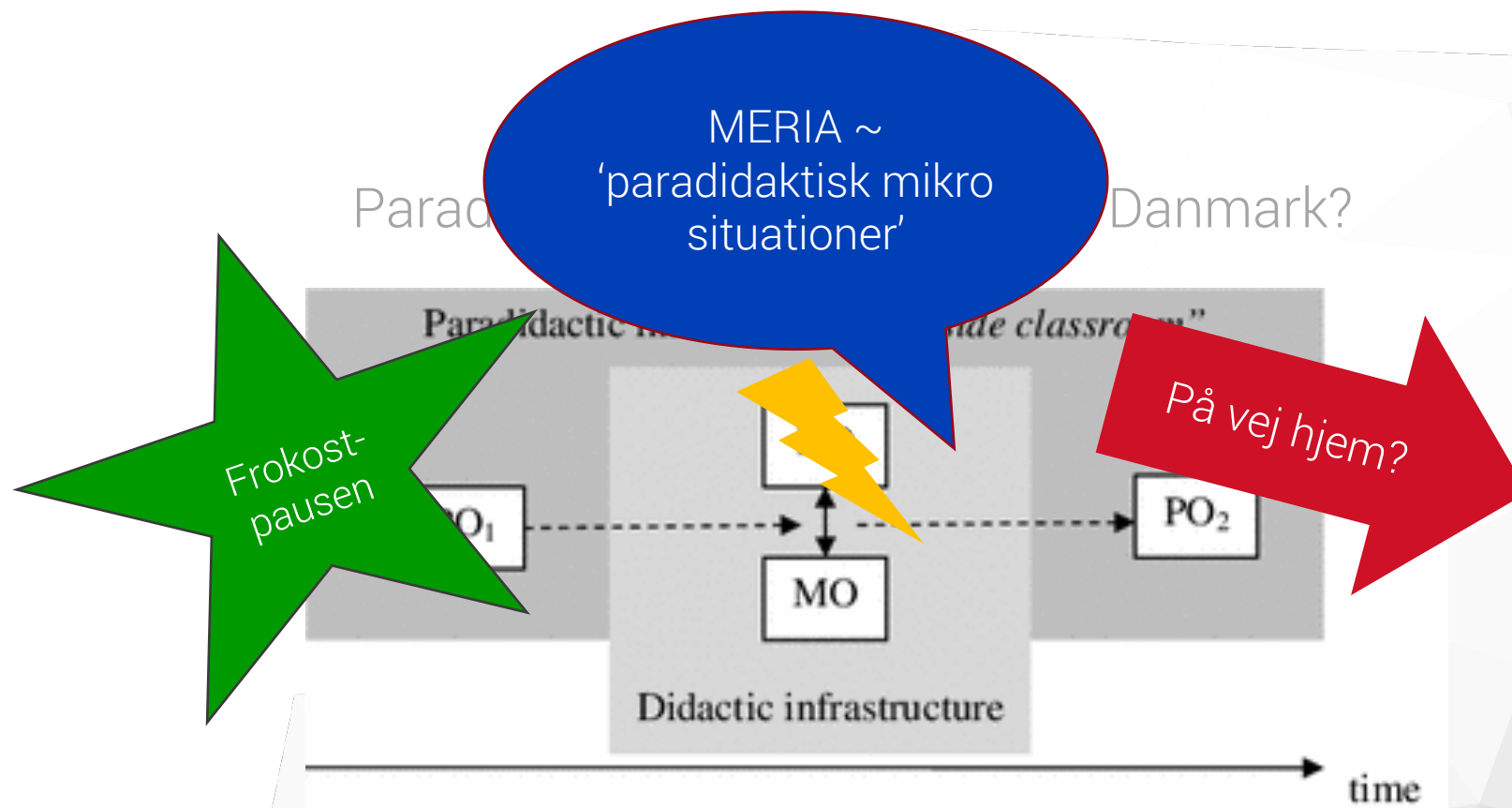
# Deling af lærerviden



Miyakawa, T. & Winsløw, C. (2013): Developing mathematics teacher knowledge: the paradidactic infrastructures of "Open Lesson" in Japan



# Deling af lærerviden



Miyakawa, T. & Winsløw, C. (2013): Developing mathematics teacher knowledge: the paradidactic infrastructures of "Open Lesson" in Japan





# Deling af lærerviden



UVM-bog på vej...



**Undersøgelserbaseret  
Matematikundervisning**

**– en introduktion til inspiration**

Britta Eyriich Jessen, Jeanette Axelsen & Carl Winsløw

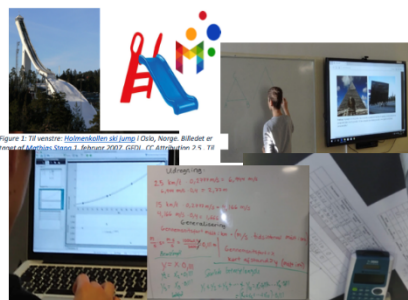


Figure 1. Fra seminar: Høstskolen på sømø i Oslo, Norge. Billedet er hentet af Britta Jessen, Britta Eyriich Jessen, 2017. ISBN: 978-87-93117-3-1. 178

Ny projektansøgning: skabe og vedligeholde paradidaktiske infrastrukturer

TIME  
project proposal



19th February 2019

Må vi bruge jeres idéer fra posters i dag?

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



# ... så lad os dele...



Find jeres **posters frem med ny idéer** og hæng dem op på væggene

Brug **5 min. på at se idéerne** – hvem skal I sidde ved siden af til frokost? 😊

Efter frokost: Hvilke idéer **vil I gerne** lave til et **nyt scenarie?**



# Nye scenarier



Hvilke scenarier skal vi arbejde med?

Brug 20 min. på at udfylde MERIA-skabelonen

Mathematics Education -  
Research, Learning and Application



**1. Template for MERIA scenario**

Target knowledge	A precise mathematical formulation of the goal.		
Broader goals	Broader achievements such as competences, possible applications, reasoning etc.		
Prerequisite (mathematical)	Precise formulation of what mathematical knowledge, skills and competences the students are expected to possess (before engaging with this situation).		
Grade	Grade number and age of students.		
Time	Estimated time and number of lessons. (45-60 minutes entities).		
Required material	All sorts of needed artefacts.		
Problem:	The exact formulation of the main problem, which the teacher devolves to the students (possibly after some preparatory activity).		
	Teacher's actions incl. instructions	Students' actions and reactions	Observations from implementation
Devolution (didactical)			
Time estimate			
Action (didactical)			
Time estimate			
Formulation (didactical/didactical)			
Time estimate			
Validation (didactical/didactical)			
Time estimate			
Institutionalization (didactical)			
Time estimate			
Possible ways for students to realize target knowledge	- Be mathematically explicit about the strategies that students might follow. Remember to emphasize when a strategy can split into a scenario with ICT or without ICT using only pen and paper, as well as if the strategy requires to look at special cases.		
Further study	- What are possible applications / generalization of the notion or the concept studied?		
List of additional materials	- Students' productions (snapshots of boards, reports, assignments, posters etc.) - Formulations of students' assignments, reports or other productions required from students based on the lesson - Table for recording students' strategies - Video		

*Note: the phases of devolution and institutionalization can be repeated, but should not be repeated too often in one situation.*

Hvilket problem skal devolueres?  
Hvad har I diskuteret i gruppen?  
Er der noget I kunne bruge de andres input på?





Tusind tak for denne gang! 😊

[britta.jessen@ind.ku.dk](mailto:britta.jessen@ind.ku.dk)

[meria-project.eu](http://meria-project.eu)

The sole responsibility for the content of this presentation lies with the authors. It does not necessarily reflect the opinion of the European Union.

Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

