



MERIA scenarij “Povećanje površine”

Ciljano znanje	Ako se duljine stranica mnogokuta povećaju s koeficijentom k površina mnogokuta se povećava s koeficijentom k^2 .
Širi ciljevi	Autonomno algebarsko i geometrijsko razmišljanje, formuliranje općih tvrdnji i dokaza temeljenih na formulama za opseg i površinu različitih likova, uključujući potencijalno i trigonometrijsku formulu za površinu, kao i aditivnost područja kod rezanja mnogokuta na dijelove. Pojam sličnih mnogokuta. Ako učenici koriste IKT: generiranje hipoteza u grafičkom okruženju i korištenje grafičkog okruženja za početak dokaza. Istraživačke vještine: formuliranje hipoteza, generiranje primjera, sustavno eksperimentiranje, organiziranje podataka, pronalaženje i opravdavanje formule, suradnja i komuniciranje rezultata
Potrebno matematičko predznanje	Učenici trebaju znati izračunati površinu mnogokuta, uključujući površinu trokuta i kvadrata. Također je potrebno znanje zapisa sličnosti te što znači povećanje mnogokuta dva puta, tri puta itd.
Razred	Dob 15 – 16 godina, 1. razred
Vrijeme	90 minuta, 2 školska sata
Potrebni materijal	Milimetarski papir ili papir s kvadratićima, ravnalo, računalo, matematički program za crtanje i mjerenje mnogokuta (GeoGebra ili Geometer’s Sketchpad), uređaj za manipulaciju slika (primjerice pametni telefon, tablet). Uporaba tehnologije nije nužna, ali omogućava povoljno okruženje za učeničko istraživanje.

Primjedbe nakon provedbe:

Kontekst opažanja (razred, institucija, zemlja, itd.):

Problem:

Pogledajte ove dvije slike. Ako ih otvorite na pametnom telefonu ili računalu, možete jednostavno povući slike kako biste ih povećali. Ali što se događa s površinama koje zauzimaju piramida i crna zgrada kad sliku povećavamo?

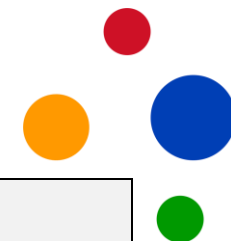




Faza	Postupci nastavnika, uključujući i upute	Postupci i reakcije učenika	Primjedbe nakon provedbe
Primopredaja 1 (didaktički) 2 minute	Nastavnik započinje pitanjem: Što trebam znati kako bih izračunao površinu trokuta? Ili površinu bilo kojeg mnogokuta? Postoji više od jednog odgovora. Imate 2 minute da zapišete svoj odgovor.	Učenici prihvaćaju zadatak i eventualno postavljaju pitanja ako im nešto nije jasno.	
Djelovanje i formulacija (adidaktički) 2 minute	Nastavnik obilazi učionicu i uočava različite ideje kojih su se učenici prisjetili i zapisali.	Učenici zapisuju formule poput: $P_{pravokutnika} = a \cdot b,$ $P_{trokuta} = \frac{a \cdot v}{2}$ Neki će učenici možda zapisati Heronovu formulu $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$ a neki učenici možda znaju formulu $P_{trokuta} = \frac{a \cdot b \cdot \sin \gamma}{2}$ Neki učenici mogu primijetiti da se površina može izračunati kao zbroj površina trokuta na koje je mnogokut podijeljen. Mogu i brojati kvadratiće na papiru ili koristiti računalo koje će izmjeriti površinu.	
Potvrđivanje (didaktički) 5 minuta	Nastavnik bira grupe da prezentiraju svoje radove na način da se predstave sve strategije. Nastavnik traži od učenika da postavljaju pitanja ili komentiraju prezentacije.	Učenici slušaju one koji prezentiraju, traže pojašnjenja, komentiraju i diskutiraju prijedloge na ploči.	
Institucionalizacija (didaktički)	Nastavnik sažima različite načine za računanje površine mnogokuta. Ako su	Učenici slušaju i po izboru zapisuju bilješke.	

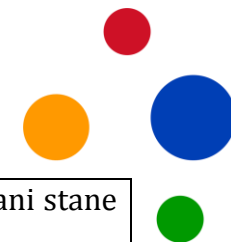


2 minute	neki učenici izrekli ideje koje nisu zapisane, nastavnik ih dodaje na ploču.		
Primopredaja 2 (didaktički) 2 minute	Učenici su podijeljeni u grupe po 3, ali ih se potiče da rade individualno. Imaju 15 minuta da pripreme svoj odgovor na gore navedeni problem. Provjerite jesu li učenici razumjeli problem. Učenicima se daje (ili se traži da ponesu) papir, milimetarski papir, škare, ravnalo, džepno računalo, te računalo s odabranim IKT alatima (ako je to uobičajeno u poučavanju).	Učenici slušaju i postavljaju dodatna pitanja ako je potrebno. Učenici uzimaju potrebni materijal; ako žele koriste papir, ravnalo itd.	
Djelovanje (adidaktički) 15 minuta	Nastavnik obilazi učionicu i uočava strategije koje učenici koriste. <i>Nastavnik se ne upliće u rad učenika osim u svrhu objašnjenja problema.</i>	Učenici isprobavaju neke od niže navedenih strategija unutar svoje grupe.	
Formulacija (adidaktički) 10 minuta	Nastavnik traži od učenika unutar grupe da se dogovore o zajedničkom rješenju problema prezentirajući i raspravljajući svoje osobne ideje u grupi. Nastavnik promatra rad grupa kako bi mogao organizirati prezentacije.	Učenici ukratko prezentiraju svoj rad unutar grupe, a grupa doraduje prezentaciju odabrane strategije.	
Potvrđivanje (didaktički) 20 minuta	Nastavnik poziva jednu po jednu grupu da prezentira svoj rad, počevši od grupe koja ima specifične i neprecizne formulacije, a završava s grupom s najopćenitijim argumentima. Učenike se potiče da postavljaju učinkovita pitanja za vrijeme prezentacije drugih grupa.	Učenici prezentiraju na najbolji mogući način, slušaju i postavljaju pitanja ako su im tuđe prezentacije nejasne.	

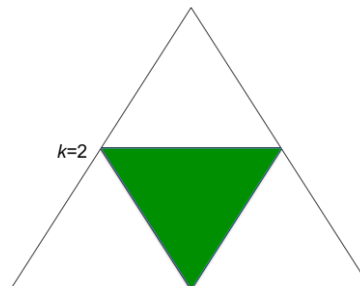


Primopredaja 3 (didaktički) 2 minute	Nastavnik traži od grupa da objasne odnose i razlike među predstavljenim rješenjima. Koje je rješenje "najkorisnije" i zašto?	Učenici prihvaćaju zadatak.	
Djelovanje/formulacija (adidaktički) 15 minuta	Nastavnik prati formulaciju po grupama.	Učenici mogu graditi argumente na primjerima, izračunima ili algebarskim manipulacijama.	
Potvrđivanje (didaktički) 10 minuta	Nastavnik na temelju različitih pristupa i razina određuje redoslijed i odabire različite prezentacije rješenja, tako da su predstavljene sve strategije	Grupe prezentiraju svoja rješenja na ploči. Ostale skupine traže pojašnjenja ili dodaju komentare kada je to relevantno.	
Institucionalizacija (didaktički) 5 minuta	Nastavnik sažima glavne ideje stavljajući naglasak na različite strategije. Formulira kako su strategije povezane i međusobno podržavane, iako su neke strategije poželjnije u određenim slučajevima. Nastavnik formulira ciljano znanje u svom općem obliku, ističući kako se ono pojavljuje u različitim rješenjima učenika.	Učenici pažljivo prate i pišu bilješke.	

Mogući načini da učenici ostvare ciljano znanje	<ul style="list-style-type: none"> ○ Neki će učenici crtati mnogokute na milimetarskom papiru i brojati kvadratiće koje zauzimaju originalni i povećani lik (bez da su eksplicitno koristili koncept koeficijenta povećanja). ○ Neki će učenici crtati likove na običnome papiru i pomoću ravnala izmjeriti duljinu osnovice i visine te izračunati površinu koristeći formulu $P_{trokuta} = \frac{a \cdot v}{2}$ (također bez korištenja koeficijenta povećanja). ○ Neki će učenici isprobavati različite koeficijente povećanja (2, 3, 0.5 itd.) te zaključiti da će se ako primjerice povećaju duljine stranica lika 2 puta, površina povećati 4 puta. Do toga mogu doći na različite načine. <ul style="list-style-type: none"> ○ Algebarski, pomoću primjera, odabirući različite duljine stranica trokuta. ○ Ista strategija korištenjem IKT-a. ○ Korištenjem milimetarskog papira; crtanjem različitih likova koje će povećavati te brojati kvadratiće koje likovi zauzimaju. ○ Korištenjem programa dinamičke geometrije; crtanjem likova i mjerenjem dimenzija.
---	--



- Crtanjem trokuta koje će izrezati te preslagivati. Ako je koeficijent povećanja k , tada mali trokut u povećani stane k^2 puta.



- Korištenjem IKT-a: učenici crtaju mnogokut, povećavaju ga određeni broj puta i pomoću alata mjere površine, primjerice uz pomoć Geometer's Sketchpada.
- Na temelju opisanih postupaka učenici mogu doći do sljedećih zaključaka:
 - Ako duljine kateta a i b pravokutnoga trokuta povećamo k puta, nove će duljine kateta iznositi $k \cdot a$, odnosno $k \cdot b$. To znači da će nova površina biti $P_2 = \frac{(k \cdot a) \cdot (k \cdot b)}{2} = k^2 \cdot P_1$, pri čemu je P_1 površina početnoga trokuta.
 - Za proizvoljni trokut duljine osnovice a i visine h potrebno je argumentirati zašto se visina poveća k puta. Jedan je ideja trokut rastaviti na dva pravokutna trokuta.
 - Za specijalni slučaj jednakostraničnog trokuta duljine stranice a možemo koristiti formulu $P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$. Ako se duljina a poveća k puta, površina će se povećati k^2 puta.
 - Ako učenici računaju površinu trokuta pomoću Heronove formule $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, uvrštavanjem koeficijenta povećanja k i algebarskim manipulacijama dobivaju isti zaključak da se površina povećala k^2 puta.
 - Ukoliko neki učenik zna formulu $P = \frac{a \cdot b \cdot \sin \gamma}{2}$, površina će novoga trokuta duljina stranica $k \cdot a$ i $k \cdot b$ također biti k^2 puta veća.