



## MERIA scenarij “Vodnjaki v puščavi – uvod”

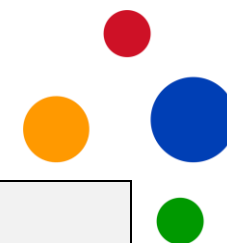
### Delitev ravnine s simetralami

Standardi znanja (pričakovani dosežki)	Delitev ravnine s simetralami parov danih točk v ravnini.	
Splošni cilji	<p>Konstrukcija simetrale. Razumevanje karakterizacijo simetrale kot množico točk, ki so od danih dveh točk enako oddaljene. Lastnosti simetral in njihovih presečišč v trikotnikih in štirikotnikih in lastnosti točk v delih ravnine, ki jih določajo simetrale. Uporaba simbolnega zapisa <math>d(P,X) &lt; d(P,Y)</math>.</p> <p>Preiskovalne veščine: sistematično preizkušanje in risanje območij ali robov območij, ki so določena z danimi točkami (oziroma razdaljami do danih točk). Jasna predstavitev ugotovitev z odločitvijo, katere premice je treba uporabiti.</p> <p>Interdisciplinarne veščine: dijaki lahko povežejo ozemeljske probleme ali konflikte (geografijo) z geometrijskimi načini predstavljanja in reševanja teh problemov. Pri uporabi navigacije za robote se lahko uporabijo drugi problemi.</p>	
Potrebno matematično predznanje	Pitagorov izrek in trikotniška neenakost (posebej za dokaz).	
Letnik	Dijaki, stari 15 – 16 (oziroma kadar se uvedejo simetrale)	
Trajanje	40 minut, z interaktivnim programčkom 70 minut	
Potrebni material	učni listi, papir, IKT in MERIA interaktivni programček: <a href="https://meria-project.eu/applet/voronoi/voronoi.html">https://meria-project.eu/applet/voronoi/voronoi.html</a> Dodatne strani: <a href="http://alexbeutel.com/webgl/voronoi.html">http://alexbeutel.com/webgl/voronoi.html</a> , <a href="https://www.desmos.com/calculator/ejatebvup4">https://www.desmos.com/calculator/ejatebvup4</a>	
<p><b>Opažanja med učnim procesom</b> Kontekst opazovanja (razred, šola, država itd.):</p>		
<p><b>Problem:</b></p> <p>V puščavi je nekaj vodnjakov. Dijak mora pobarvati posamezne dele puščave tako, da je za vsako točko v posameznem pobarvanem delu ravnine tisti vodnjak, ki se nahaja v istem delu pobarvane ravnine, od vseh ostalih vodnjakov dani točki najbližji. <sup>1</sup></p>		

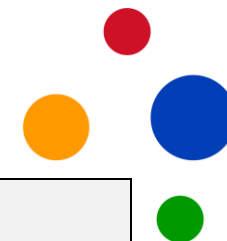
<sup>1</sup> Problem in zemljevid puščave sta bila predstavljena v knjigi »Geometry with Applications and Proofs, Voronoi Diagrams« avtorjev A. Goddijn, M. Kindt, W. Reuter



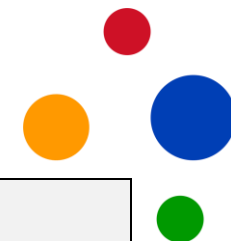
Faza	Dejavnosti in navodila učitelja	Dejavnosti in odzivi dijakov	Opazanja med izvedbo
Devolucija (Prenos) 1 (didaktična)  5 minut	Učitelj predstavi pojem »delitvene črte«: recimo, da imata dijaka X in Y nekaj bonbonov. Bonbon boš vzela od tistega dijaka, ki ti je najbližje. Učitelj izbere dva dijaka X in Y ter ostale dijake vpraša: kdo je bližje dijaku X in kdo bližje dijaku Y? Na koncu dvignejo roke tisti, ki se ne morejo odločiti.	Dijaki prevzamejo vlogo točke v puščavi in se z dvigom rok opredeljujejo glede najbližjega vodnjaka. Opazujejo, kako se opredeljujejo drugi.	
Institucionalizacija (Oblikovanje ustaljenega zapisa) (didaktična)  2 minuti	Učitelj povzame ključne ugotovitve: problem je ugotoviti, katere točke imajo 'isto razdaljo' in izziv je, kako najti tak postopek, ki bo omogočal najti vse točke s to lastnostjo. Učitelj se z dijaki dogovori za uporabo oznak (npr. $d(A,C) < d(B,C)$ pomeni, da je točka C bližje točki A kot točki B). To oznako bodo dijaki uporabili v naslednjem koraku (za utemeljevanje razdalj).	Dijaki poslušajo in so zmožni povezati utemeljitev in zapis s svojim delom.	
Devolucija (Prenos) 2 (didaktična)  3 minute	Učitelj zastavi nov problem: Postavite se nekam v puščavo (dijaki dobijo delovne liste in na listu izberejo točko). Poiščite vodnjak, ki vam je najbližji. Poiščite vse točke, za katere je ta vodnjak prav tako najbližji.  Razdelite zemljevid v več območij okrog vodnjakov tako, da za vsak vodnjak in za vse točke v danem območju velja, da je ta vodnjak v tem območju njim najbližji.	Dijaki poslušajo.	



<p>Reševanje (Delovanje) (adidaktična)</p> <p>15 minut</p>	<p>Učitelj hodi po razredu.</p>	<p>Skupina najprej določi svoj položaj v puščavi in ugotovi, kateri vodnjak je najbližji. Nato konstruirajo območje, ki vsebuje vse točke s to lastnostjo: da je dani vodnjak njim najbližji. To naredijo za vsak vodnjak.</p> <p>Dijaki ugotovijo, da za razdelitev puščave potrebujejo neko strategijo (dokaz), saj postanejo za več točk stvari bolj zapletene.</p>	
<p>Formulacija (Zapis ugotovitev) (adidaktična)</p> <p>5 minut</p>	<p>Učitelj hodi po razredu in ugotavlja, katere ideje so dijaki uporabili in jih povabi k predstavitvam.</p>	<p>Dijaki v skupinah razpravljajo o tem, kako so razmišljali, kakšno je območje z dano zahtevo in kako bi to zapisali.</p>	
<p>Verifikacija (Potrditev) (didaktična in adidaktična)</p> <p>5 minut</p>	<p>Učitelj nekaj skupin povabi k predstavitvam njihovega dela (če je možno, k predstavitvi povabi skupino, ki je uporabila krožnice z istim polmerom in skupino, ki je uporabila simetrale).</p>	<p>Dijaki predstavijo svoje delo.</p>	
<p>Institucionalizacija (Oblikovanje ustaljenega zapisa) (didaktična)</p> <p>5 minut</p>	<p>Učitelj izpostavi temeljni izrek: <math>d(A,P)=d(B,P)</math> velja natanko tedaj, ko točka <math>P</math> leži na simetrali.</p> <p>Voronoijevi diagrami se konstruirajo s pomočjo simetral in to so osnove za algoritem konstruiranja teh diagramov.</p> <p>Lahko se razpravlja tudi o definicijah simetrale: »množica točk, ki so enako oddaljene od točk <math>A</math> in <math>B</math>« in »premica, ki</p>	<p>Dijaki razumejo predstavljen zapis, saj se nanaša na njihovo dejavnost, npr. vse točke <math>P</math>, za katere velja <math>d(A,P)=d(B,P)</math>, ležijo na premici (ta premica se imenuje premica delitve za točki <math>A</math> in <math>B</math>).</p> <p>Vse točke <math>P</math>, za katere velja <math>d(A,P)&lt;d(B,P)</math>, ležijo v območju (t. i. »varnem« območju). Razumejo</p>	



	<p>poteka skozi razpolovišče daljice AB in je na daljico AB pravokotna«.</p> <p>Po izbiri: Ali lahko ta izrek dokažete? (vsi dijaki ne bodo videli potrebe po dokazovanju in jim to ne bo predstavljalo izziva).</p>	<p>matematični problem, ki se je pojavil pri njihovem reševanju.</p>	
<p>Devolucija (Prenos) 3 (po izbiri)</p> <p>5 minut</p>	<p>Za risanje Voronoijevih diagramov je lahko uporabljena IKT. Učitelj prikaže, kako rešimo nalogo z uporabo IKT.</p> <p>Za dve točki dijake spomni, da premica z enako razdaljo do dveh točk razdeli ravnino v dve območji. Nato nadaljuje s tremi točkami in ugotovi, da obstaja točka, ki je enako oddaljena od danih treh točk. Uporabi lahko povezavo: <a href="https://meria-project.eu/applet/voronoi/voronoi.html">https://meria-project.eu/applet/voronoi/voronoi.html</a>.</p> <p>Učitelj se vrne k izhodiščnemu problemu in razišče, kaj se zgodi v posameznem primeru. Preigrava različne položaje točk in ugotavlja, kakšne zanimive vzorce dobi. Lahko na primer raziskuje, kakšne vzorce dobi, če premika 4 točke.</p>	<p>Dijaki poslušajo in opazujejo, kako se s tehnologijo narišejo Voronoijevi diagrami. Tudi sami želijo preizkusiti to tehnologijo in preiskovati, kaj se zgodi, ko premikajo točke.</p>	
<p>Reševanje (Delovanje) (adidaktična)</p> <p>10 minut</p>	<p>Učitelj hodi po razredu in vzpodbuja dijake k sistematičnemu preizkušanju. Pomaga jim le v primeru, ko imajo težave z uporabo tehnologije.</p> <p>Če ima več dijakov isti problem, učitelj razloži vsem skupaj.</p>	<p>Dijaki s pomočjo tehnologije rešijo začetni problem in svojo rešitev primerjajo s svojo skico na papirju. Raziščejo, kaj se zgodi v primerih, ko so točke pravilno razporejene in/ali ko so točke nepravilno razporejene.</p>	
<p>Formulacija (Zapis ugotovitev)</p>	<p>Učitelj prosi dijake, da pripravijo predstavitev svojih ugotovitev (najbolj</p>	<p>Dijaki pripravijo dva posnetka zaslonov: enega za rešitev začetnega</p>	



(adidaktična) 5 minut	presenetljivih) in jih vzpodbudi, da jih tudi utemeljijo (npr. Kdaj ima Voronoijev diagram na 4 točkah eno točko, ki je četveromeja, tj. točko, ki meji na 4 območja?)	problema in drugega za kakšen zanimiv vzorec (povedo tudi, kako so ga dobili). Svoje ugotovitve poskusijo utemeljiti z uporabo orodja za risanje krožnic, zapisom razdalj in uporabo izrekov (Pitagorovega, Talesovega ...).	
Verifikacija (Potrditev) (didaktična in adidaktična) 5 minut	Predstavitve dijakov pomagajo pri ugotavljanju tega, kar se dogaja v diagramih. Dijaki se ob tem bolje seznanijo s formalnimi zapisi in uporabljajo geometrijsko utemeljevanje za različne situacije.	Dijaki ugotovijo, kakšna je povezava med validacijo in formulacijo njihovih ugotovitev.	
Institucionalizacija (Oblikovanje ustaljenega zapisa) (didaktična) 5 minut	Splošne ugotovitve koncepta Voronoijevih diagramov, ki vsebujejo simetrale, in zanimivi primeri in vzorci v teh diagramih.	Dijaki ugotovijo, kako so institucionalizirani učni cilji povezani z njihovim preiskovanjem v kontekstu puščave in te učne cilje usvojijo.	

Možni načini, kako lahko dijaki dosežejo standarde znanja	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nekateri dijaki bodo pričeli z risanjem črt med danimi točkami. Te črte bodo lahko ponekod ukrivljene in ne bo jasno, kje se tri ali štiri črte sekajo.</li> <li>• Nekateri dijaki bodo risali kroge ali delili ravnino z ukrivljenimi črtami. Ti dijaki morajo ugotoviti, da z risanjem ukrivljenih črt ne bodo prišli do rešitve, z risanjem krogov pa bodo dobili le točke, ki so od danega vodnjaka enako oddaljene, ne bodo pa našli meje iskanega območja.</li> <li>• Nekateri dijaki bodo takoj ugotovili, kaj morajo narediti in bodo pričeli z risanjem simetral. Zanje je ključno, da ugotovijo, kaj se zgodi na presečišču simetral. Ali se sekajo v eni točki?</li> </ul>
---	--



Delovni list

