




MERIA Scenarij “Linije sukoba - uvod”

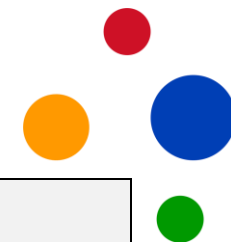
Podjela ravnine simetralama dužina

Ciljano znanje	Podjela ravnine simetralama dužina određenih parovima točaka u ravnini.
Širi ciljevi	Konstrukcija simetrale dužine. Svojstvo simetrale dužine: svaka točka na simetrali dužine jednako je udaljena od krajnjih točaka dužine. Svojstvo simetrala stranica i sjecišta simetrala stranica trokuta i četverokuta te svojstva točaka u područjima na koje je lik simetralama podijeljen. Korištenje oznake $d(P,X) < d(P,Y)$. Istraživačke vještine: eksperimentiranje i sustavno crtanje prilikom određivanja područja i granica područja s traženim svojstvom. Donošenje odluka koje linije/simetrale koristiti te jasno predstavljanje dobivenih rezultata. Interdisciplinarnе vještine: učenici mogu problem povezati s problemom utvrđivanja granica i razgraničenja teritorija (geografija) te geometrijskim rješenjem navedenih sporova. Mogu ga primijeniti i za rješavanje problema navigacije robota.
Potrebno matematičko predznanje	Pitagorin poučak i nejednakost trokuta (za dokaz)
Razred	15 – 16 godina, 1., 2. razred (kada se uvodi simetrala dužine)
Vrijeme	40 minuta, uz korištenje interakcije 70 minuta
Potrebni materijal	Nastavni listići, papir, računalo, MERIA interakcija u GeoGebri: https://meria-project.eu/applet/voronoi/voronoi.html Dodatne web stranice: http://alexbeutel.com/webgl/voronoi.html , https://www.desmos.com/calculator/ejatebvup4
Primjedbe nakon provedbe: Kontekst opažanja (razred, institucija, zemlja, itd.):	
Problem: Na mapi su prikazani izvori vode u pustinji. Zadatak je obojiti područja u pustinji tako da obojeno područje oko svakoga izvora sadrži točke koje su tome izvoru najbliže. ¹	
	

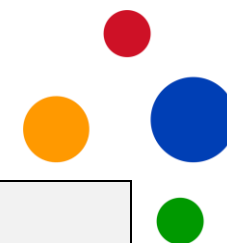
¹ Problem i karta pustinje su preuzeti iz knjige Geometry with Applications and Proofs, Voronoi Diagrams, A. Goddijn, M. Kindt, W. Reuter



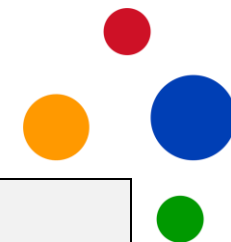
Faza	Postupci nastavnika, uključujući i upute	Postupci i reakcije učenika	Primjedbe nakon provedbe
Primopredaja 1 (didaktički) 5 minuta	Uvođenje pojma linije sukoba u učionici: Pretpostavimo da dva učenika (X i Y) imaju slatkiše i od vas se traži da odete po slatkiš kod učenika koji vam je bliži. Nastavnik odabire dva učenika i pita: tko je bliži učeniku X i tko je učenik Y, i na kraju pita ima li netko kome se teško odlučiti....	Učenici sudjeluju podizanjem ruku i kao da su točke u ravnini, sami odlučuju jesu li bliže ili ne jednoj od dvije dane točke. Promatraju i kako drugi učenici odlučuju.	
Institucionalizacija (didaktički) 2 minute	Nastavnik sažima glavne zaključke: Problem je prepoznati točke s "istom udaljenosti", a izazov je otkriti siguran i precizan postupak za određivanje točaka s tim svojstvom. Utvrđuje se oznaka (npr. $d(A, C) < d(B, C)$ za točku C koja je bliža točki A nego točki B). Ovu će oznaku učenici koristiti u sljedećem koraku	Učenici slušaju i povezuju institucionalizirano znanje i oznake sa svojom aktivnosti.	
Primopredaja 2 (didaktički) 3 minute	Nastavnik postavlja novi problem: Zamislite da ste negdje u pustinji (učenici dobivaju nastavni listić). Pronađite izvor vode koji vam je najbliži. Odredite sve točke s kojih biste također išli do toga izvora. Zatim podijelite kartu na područja tako da su za svaki izvor sve točke u odgovarajućem području najbliže tome određenom izvoru. Nastavnik provjerava razumiju li učenici problem.	Učenici slušaju.	
Djelovanje (adidaktički) 15 minuta	Nastavnik obilazi učenike i uočava ideje istraživanja pojedinih grupa.	Nakon ucrtavanja položaja i određivanja najbližega izvora, grupe počinju određivati područje sa svim točkama kojima je taj izvor najbliži, uparujući ga s	



		ostalim izvorima, jedan po jedan. Za podjelu cijele mape na područja, učenici otkrivaju da im je potrebna neka vrsta strategije jer s više točaka, stvari postaju komplicirane.	
Formulacija (adidaktički) 5 minuta	Nastavnik obilazi učenike i uočava različite ideje pojedinih grupa i najavljuje prezentacije.	Učenici raspravljaju u grupi što treba raditi, što je skup točaka s traženim svojstvom i kako to zapisati.	
Potvrđivanje (didaktički i adidaktički) 5 minuta	Nastavnik traži od nekih grupa da prezentiraju što su do sada radili (ako je moguće, jedna grupa koja je crtala kružnice istih polumjera i jedna grupa koja je crtala simetrane dužine).	Učenici predstavljaju svoj rad.	
Institucionalizacija (didaktički) 5 minuta	Nastavnik ističe temeljni poučak povezan s problemom: $d(A, P) = d(B, P)$ ako i samo ako je P na simetrali dužine AB. Voronjev dijagram se konstruira pomoću simetrala dužina, pa je to osnova za podjelu. Također se može raspravljati o definicijama simetrala dužine: "skup točaka jednako udaljenih od točaka A i B", i "pravac okomit na dužinu AB koji prolazi polovištem dužine". Izborni dio scenarija: Možete li dokazati poučak? (svi učenici ne osjećaju potrebu za dokazima i smatraju ga izazovom)	Učenici povezuju zapis sa svojom aktivnosti, npr. $d(A,P)=d(B,P)$ opisuje skup točaka P, odnosno pravac (tzv. linija sukoba za točke A i B). $d(A,P)<d(B,P)$ opisuje područje (tzv. područje interesa) i razumiju matematički problem koji se pojavio u njihovoj aktivnosti.	
Primopredaja 3 /izborno (didaktički)	IKT se može koristiti za crtanje Voronjevog dijagrama, npr.:	Učenici slušaju i gledaju Voronjev dijagram koji je softver konstruirao. Oni postaju zainteresirani i potaknuti da ga	

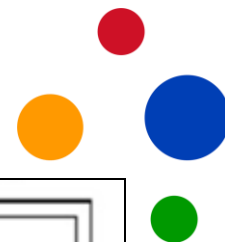


<p>5 minuta</p>	<p>http://services.foi.hr/mathematics/geogebra/voronoi/voronoi.html . Nastavnik pokazuje kako program radi (nakon ucrtavanja dviju točaka). Podsjetite se/otkrijite da postoji pravac s jednako udaljenim točkama, a ravnina je podijeljena na dva područja. Zatim nastavite s 3 točke i pronađite/otkrijite da postoji jedna točka jednako udaljena od tri dane točke. Vratite se na početni problem i istražite što se događa u posebnim slučajevima. Igrajte se i pronađite lijep neočekivani uzorak s nizom strukturiranih točaka ili, primjerice, istražite koje uzorke možete dobiti s 4 točke u različitim položajima.</p>	<p>sami koriste i istraže što će se dogoditi u različitim situacijama.</p>	
<p>Djelovanje (adidaktički) 10 minuta</p>	<p>Nastavnik obilazi učenike, potičući ih da sustavno eksperimentiraju, pomažući im samo ako imaju problema s radom softvera. Ako više učenika ima sličan problem, obratite se cijelom razredu (na primjer, zabilježite na vidljivom mjestu).</p>	<p>Učenici konstruiraju početni problem u softveru, nalaze rješenje i uspoređuju sa svojim crtežom. Također istražuju što se događa u drugim slučajevima s pravilno i/ili nepravilno raspoređenim točkama.</p>	
<p>Formulacija (adidaktički) 5 minuta</p>	<p>Nastavnik traži od učenika da pripreme prezentaciju svojih (po mogućnosti najneočekivanijih) zaključaka i potiče ih da pronađu opravdanje za posebne situacije (npr., kada u Voronojevom dijagramu s 4 točke postoji jedna točka koja je od njih jednako udaljena?)</p>	<p>Učenici pripreme dva snimka zaslona, jedan rješenja početnog problema i jedan njihovih lijepih uzoraka (i kako su ga dobili). Oni pokušavaju formulirati opravdanje za njihovo otkriće crtajući kružnice i koristeći formalne oznake za udaljenosti i Talesov ili Pitagorin poučak.</p>	



Potvrđivanje (didaktički i adidaktički) 5 minuta	Prezentacije pomažu da učenici potvrde ono što se događa u dijagramima, da usvoje formalne oznake i koriste geometrijsko razmišljanje u različitim podjelama.	Učenici uočavaju vezu između formulacije i potvrđivanja njihovih otkrića.	
Institucionalizacija (didaktički) 5 minuta	Opći zaključci o konceptu Voronojevih dijagrama, neki posebni slučajevi i uzorci u tim dijagramima.	Studenti shvaćaju kako su institucionalizirani ciljevi učenja povezani s početnim istraživanjima u kontekstu pustinje .	

Mogući načini da učenici ostvare ciljano znanje	<ul style="list-style-type: none"> • Neki će učenici početi skicirati linije između navedenih točaka s više ili manje zakrivljenih dijelova i bez jasnih mjesta gdje se tri (ili četiri) linije sijeku. • Neki će učenici crtati kružnice ili odrediti područja crtajući zakrivljene linije. Ti učenici trebaju shvatiti da zakrivljene linije nemaju smisla i da crtanje kružnica služi za pronalaženje točaka s istom udaljenosti do izvora ili centra, ali ne i za pronalaženje granica (iako se mogu koristiti za to). • Neki bi učenici odmah mogli znati što trebaju učiniti i početi s radom. Za njih je ključno raspraviti o tome što se događa u područjima gdje se simetrale sijeku. Sijeku li se istoj točki?
---	---



Nastavni listić

