

Kvadratiske funktioner

Scenarie: Bremselængde

Tilsigtede viden	Der er en kvadratisk sammenhæng mellem bremselængden og bilens hastighed lige umiddelbart før der bremses.
Bredere kompetencemål	<p>Kvadratiske funktioner og deres karakterisering ved at have en konstant anden afledet (anden differensen for kvadratiske følger dvs. kvadratiske funktioner på heltal), eller ved at have en konstant voksende eller aftagende første afledet (differenser for kvadratiske følger).</p> <p><i>Tværfaglige færdigheder:</i> eleverne skal arbejde med variable størrelser fra fysik og få en forståelse for, hvad der foregår (bygger bro mellem de to verdener i forhold til notation og arbejdsgang).</p> <p><i>Undersøgsfærdigheder:</i> eleverne skal analysere data og søge efter mønstre i tabellerne med tal. Dernæst begrunde deres opdagelser (argumentation) i en præsentation for klassen (beregninger dominerer arbejdsprocessen, så de skal have lavet et resume af deres tilgang i præsentationen).</p>
Nødvendige matematiske forudsætninger	Basisviden om funktioner, sammenhængen mellem konstant hastighed og afstand, gennemsnitshastighed, konvertering fra enheden km/t til m/s og omvendt.
Tid	90 minutter
Niveau	1.g – og kan betragtes som spor lagt ud til fx differensligninger eller andre dele af de valgfrie emner ¹
Materialer til rådighed	Ark med tabel til udfyldning, lommeregner, computer, millimeterpapir.
<p>Problemstilling: I et byområde med en folkeskole klager skolebørnenes forældre over, at der er en upassende fartgrænse i området med skolebørn. En gruppe hensynsløse bilister siger, at forældrene ikke har grund til bekymring, da de – bilisterne – bremses i tide.</p> <p>Du er blevet bedt om at undersøge sammenhængen mellem bremselængden og bilens hastighed lige før der bremses. Rådgiv borgmesteren om hvilke</p>	



¹ Materiale om differensligninger kan fx findes i temahæftet "Diskret analyse – Fra talfølger til integralregning" af Jan Agentoft Nielsen udgivet af Matematiklærerforeningens Bogsalg, 2016

konsekvenser det vil få, hvis hastighedsgrænsen ændres. Understøt dit råd med fx tabeller og grafer.

Betragt en bil, der bremses således, at hastigheden aftager med 10 km/t for hver 0.4 sekunder. Brug den udleverede tabel til at organisere dine beregninger, observer og begrund derpå dine svar, så godt du nu kan.

	Tid (sek)	Ændring i hastighed mens der bremses (km/t)	Gennem- snitshas- tighed (km/t)	Gennem- snitshas- tighed (m/s)	Tidsinter- val Δt	Distancen kørt mens der bremses Δd (m)
	$t = 0$ til $t = 0.4$	$v = 40$ til $v = 30$	35			
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Distancen kørt under bremsning i alt (m)						

Hastigheden lige umiddelbart før der bremses* (km/t)	40							
Bremselængden (m)								

*herefter betegnet som begyndeshastigheden, og altså forstået som den hastighed bilen har lige umiddelbart før der bremses.

Fase	Lærerens handlinger inkl. instruktioner	Elevers handlinger inkl. reaktioner
Devolution (didaktisk) 10 minutter	Læreren inddeler eleverne i grupper á 3-4 personer. Læreren giver problemstillingen til eleverne. Det sikres, at eleverne forstår antagelsen om en konstant aftagende hastighed, mens der	Eleverne lytter, snakker om deres ideer og svarer på spørgsmål.

	<p>bremses. Ligeledes drøftes ideen med at inddele tiden i små tidsintervaller, som gør, at man kan approksimere bevægelsen til at være en bevægelse med konstant (gennemsnits)hastighed. Endelig tjekker læreren, om eleverne har forstået de forskellige begreber i tabellen, grundrelationen mellem hastighed, tid og afstand, samt hvordan man konverterer fra enheden km/t til m/s. Ligeledes plantes ideen, at hastigheden 40 km/t kunne erstattes med andre hastigheder (svarende til den sidste række i tabellen).</p> <p>Læreren bemærker over for eleverne, at de er frie til at bruge deres egne strategier. Ligeledes må de bruge deres IT-værktøjer. Eleverne får udleveret et arbejdsark med opgaven og tabellen. Hvis de ikke selv har en lommeregner eller computer, udstyres de med en lommeregner – evt. kan de bruge deres telefoner, og millimeterpapir stilles også til rådighed.</p> <p>Eleverne får 20 minutter til at undersøge, hvordan hastigheden og afstanden ændrer sig og til at lave nogle konklusioner om, hvordan sammenhængen mellem dem er.</p>	
<p>Handling (adidaktisk)</p> <p>20 minutter</p>	<p>Læreren cirkulerer rundt og observerer, hvordan eleverne arbejder og uden at blande sig.</p> <p>Hvis tilfældet skulle blive, at mange grupper starter med at lave en helt ny tabel for hver nye hastighed, så</p>	<p>Eleverne diskuterer i deres grupper om forskellige strategier.</p> <p>De gør tabellen færdig ved at bruge lommeregnere eller computer, eller plote punkter ind i et</p>

	<p>kan læreren bede om en kort snak i plenum, hvor eleverne bedes om at forklare, hvordan de har arbejdet med tabellen. Sandsynligvis vil mindst én gruppe indse, at de kan bruge de forudgående beregninger, når de skal deducere sig frem til bremselængden for andre hastigheder og ud fra tabellen aflæse bremselængden for lavere hastigheder. Dette kan bruges som en feedback for alle andre grupper.</p>	<p>koordinatsystem (på computer eller papir) m.v.</p> <p>De taler om nøjagtigheden og vælger forskellige starthastigheder</p> <p>Gruppens medlemmer kan have forskellige ideer og undersøger dem individuelt.</p> <p>Eleverne vil måske bruge beregninger, grafer eller fysikkens love til at komme frem til en konklusion:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Bremselængden ændrer sig ikke med en konstant størrelse - Sammenhængen mellem begyndeshastigheden og bremselængden er ikke-lineær - Når begyndeshastigheden bliver større, så vokser bremselængden også men ikke proportionalt <p>Nogle elever bemærker måske, at den 2. differens er (tilnærmet) konstant og bruge rekursionsmetoden til beregninger.</p>
<p>Formulering (didaktisk)</p> <p>10 minutter</p>	<p>Læreren går rundt til hver gruppe og beder dem om at præsentere kort, hvad de er nået frem til.</p> <p>Hvis eleverne sidder fast, kan læreren stille spørgsmål og diskutere deres ideer.</p> <p>Grupper, der har forskellige ideer internt i gruppen, bedes fokusere på én af strategierne, som så skal bruges til en generalisering samt præsentation for resten af klassen (på grund af manglende tid).</p>	<p>Eleverne præsenterer kort deres arbejde og stiller spørgsmål til de andres præsentationer.</p>

	<p>Læreren minder eleverne om, at målet med denne aktivitet er at finde ud af, hvordan bremselængden hænger sammen med begyndeshastigheden for at kunne lave forudsigelser og for at kunne give ordentlig rådgivning til borgmesteren.</p> <p>Derfor bedes eleverne forberede deres råd til borgmesteren omkring konsekvenserne ved at ændre hastighedsgrænsen og understøtte deres råd med tabeller og grafer eller andet.</p>	
<p>Handling og formulering (adidaktisk)</p> <p>20 minutter</p>	Læreren observerer.	<p>Eleverne prøver at generalisere deres beregninger og observationer.</p> <p>Nogle af dem vil muligvis ændre strategi for at kunne generalisere deres tilgang til problemstillingen.</p> <p>Eleverne forbereder deres råd til borgmesteren.</p>
<p>Validering (didaktisk)</p> <p>25 minutter</p>	Læreren beder eleverne om at præsentere og sammenligne deres strategier.	Eleverne præsenterer deres arbejde, lytter, stiller spørgsmål og drøfter andre strategier og løsninger.
<p>Institutionali- sering (didaktisk)</p> <p>5 minutter</p>	<p>Læreren fremhæver de matematiske ligheder og forskelle i elevernes strategier.</p> <p>Det forklares, hvorfor nogle strategier ikke vil give et bevis for at sammenhængen er kvadratisk, men kan være nok så overbevisende ud fra grafer og en formel produceret vha. CAS-værktøj.</p> <p>Læreren introducerer den kvadratiske funktion.</p>	Eleverne lytter og forbinder deres løsning med en generel kvadratisk funktion.