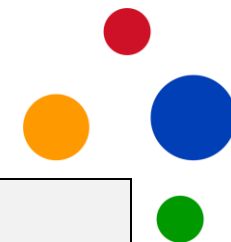




MERIA scenarij "Tovarna koles"

Linearna in odsekoma linearna funkcija


Standardi znanja (pričakovani dosežki)	Konstrukcija odsekoma linearne funkcije, določene kot rešitev problema, v katerem je podan seznam linearnih pogojev.															
Splošni cilji	<p>Risanje grafov (linearnih) funkcij na papir in z uporabo IKT. Razprava o raztegu grafov vzdolž ene od osi. Poglobljeno razumevanje linearne funkcije (naklona a in konstante b) preko uporabe linearnih pogojev za konstrukcijo odsekoma linearne funkcije. Razprava o zveznih in diskretnih vidikih v povezavi z algebrsko in grafično predstavitevjo v procesu modeliranja.</p> <p>Preiskovalne veščine: eksperimentiranje s številkami pred risanjem grafov, neupoštevanje nepomembnih podatkov in očitnih neoptimalnih tovarn, interpretiranje rezultatov, dobljenih v procesu modeliranja, prevzem odgovornosti za končno poročilo in predstavitev ugotovitev v obliki nasveta.</p> <p>Interdisciplinarne veščine: dijaki lahko razpravljajo o različnih ekonomskih vidikih problema, kot je razlika med dobičkom in prihodkom. Pri pisanju poročila so poudarjene komunikacijske spretnosti.</p>															
Potrebno matematično predznanje	Risanje grafa linearne funkcije. Poznavanje zapisa $f(x) = ax + b$ in pomen koeficientov a in b .															
Letnik	Dijaki, stari 15 - 16 let															
Trajanje	50 minut (80 minut)															
Potrebni material	<p>Preglednica s podatki o stroških</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Območje</th> <th>Stroški gradnje tovarne v €</th> <th>Stroški proizvodnje za eno kolo v €</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>300 000</td> <td>120</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>450 000</td> <td>110</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>660 000</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>680 000</td> <td>80</td> </tr> </tbody> </table> <p>Karo papir in/ali elektronska predloga za spreminjanje linearnih pogojev in/ali IKT v splošnem za risanje grafov funkcij, spreminjanje in dodajanje pogojev, iskanje presečišč itd. Bela/zelena širša tabla ali interaktivna tabla.</p>	Območje	Stroški gradnje tovarne v €	Stroški proizvodnje za eno kolo v €	A	300 000	120	B	450 000	110	C	660 000	60	D	680 000	80
Območje	Stroški gradnje tovarne v €	Stroški proizvodnje za eno kolo v €														
A	300 000	120														
B	450 000	110														
C	660 000	60														
D	680 000	80														



Opazanja med učnim procesom
Kontekst opazovanja (razred, šola, država itd.):

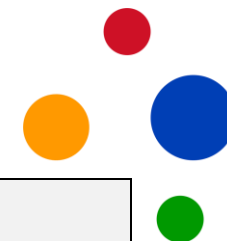
Problem:

Si v vlogi svetovalca, ki podjetjem svetuje, kje naj zgradijo tovarno za proizvodnjo koles. Tvoje izhodišče je preglednica s stroški za obratovanje tovarne na različnih območjih. Kakšen bi bil tvoj nasvet podjetju v zvezi z izborom lokacije za tovarno in zakaj?¹

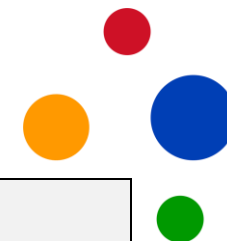


Faza	Dejavnosti in navodila učitelja	Dejavnosti in odzivi dijakov	Opazanja med izvedbo
Devolucija (Prenos) (didaktična) 5 minut	Učitelj pove dijakom: Si v vlogi svetovalca, ki podjetjem svetuje, kam naj umestijo tovarno za proizvodnjo koles. Kakšen bi bil v splošnem tvoj nasvet podjetju? Delajte v paru in se pripravite, da boste kasneje predstavili svojo rešitev.	Dijaki poslušajo in skušajo razumeti pomen problema ter se ga zavzeto lotijo. Lahko imajo vprašanja glede pomena dane tabele in samega problema. Učitelj mora učencem izrecno dati možnost, da postavijo takšna vprašanja, da se prepričajo, da bodo vsi razumeli nalogo.	
Reševanje (Delovanje) (adidaktična) 15 (20) minut	Učitelj opazuje in beleži, katere strategije za rešitev problema so uporabili dijaki. Na ta način dobi učitelj tudi vpogled v predznanje dijakov. Pomembno je, da učitelj dijakom ne daje namigov in se izogne komunikaciji z dijaki, razen če je potrebno ponoviti problem.	Dijaki v parih preizkušajo različne strategije in ideje, skladno z njihovim predznanjem. Glejte razdelek spodaj <i>Možni načini, kako lahko dijaki dosežejo standarde znanja</i> . Ker dijaki delajo v parih, bo prisotna adidaktična formulacija.	

¹ Navdih problema je v Nalogi 2.10, ki je obravnavana v knjigi »Primijenjena matematika podržana računalom«, ki jo je v okviru projekta »STEM genjalci« zasnovala tudi soavtorica tega scenarija.



<p>Formulacija (Zapis ugotovitev) (didaktična)</p> <p>10 (15) minut</p>	<p>Učitelj izbere skupine (najmanj 5), ki predstavijo različne strategije na tabli. Tabla naj se pred tem razdeli na (vsaj) 5 delov. Izbrani pari lahko zapišejo svoje odgovore, preden jih povedo ustno. Dijaki svojih zapisov na tabli ne smejo več brisati. Ko dijaki zapišejo svoje odgovore, jih predstavijo še ustno. Začnejo z najbolj preprosto rešitvijo. Učitelj vzpodbudi ostale dijake v razredu, da zastavljajo vprašanja in komentirajo predstavitve. Na tej točki ni potrebna potrditev veljavnosti napisanih odgovorov.</p>	<p>Pari predstavljajo svoje odgovore po vrstnem redu, ki ga določi učitelj (najprej bolj preproste rešitve, s številkami, kasneje rešitve z grafi in funkcijami).</p>	
<p>Devolucija (Prenos) (didaktična)</p> <p>1 minuta</p>	<p>Učitelj pove dijakom: V paru razpravljajte o podobnostih in razlikah predstavljenih rešitev. Razmislek uporabite za izboljšanje svojega odgovora vodstvu podjetja. Po 5 (10) minutah boste ponovno pozvani, da predstavite ugotovitve.</p>	<p>Dijaki poslušajo.</p> <p>Učitelj mora poskrbeti, da dijaki razumejo navodilo.</p>	
<p>Reševanje (Delovanje) / Formulacija (Zapis ugotovitev) (adidaktična)</p> <p>5 (15) minut</p>	<p>Učitelj hodi po razredu in spremlja, kaj so pari opazili in razpravljali ter kako uporabljajo ugotovitve drugih parov.</p>	<p>Pari navajajo podobnosti in razlike predstavljenih rešitev, pri čemer skušajo razumeti vse strategije in izboljšati svojo rešitev.</p>	
<p>Verifikacija (Potrditev) (didaktična)</p> <p>10 (15) minut</p>	<p>Učitelj k poročanju povabi različne pare, da bi nanizali čim več ugotovitev in spremenjenih odgovorov. Prizadeva si, da bi dijaki ugotovili morebitne napake v prejšnjih rešitvah.</p>	<p>Različni dijaki poročajo o ugotovljenih podobnostih in razlikah in razložijo, kako so z rešitvami preostalih parov izboljšali svojo rešitev. Lahko tudi nakažejo pomanjkljivosti nekaterih rešitev.</p>	



<p>Institucionalizacija (Oblikovanje ustaljenega zapisa) (didaktična)</p> <p>5 (10) minut</p>	<p>Učitelj poudari, da ni enega pravilnega odgovora, temveč je ta odvisen od števila izdelanih koles. Svojo razlago najprej utemelji z rešitvami učencev na tabli, nato pa uvede zapis odsekoma linearne funkcije s primerom (enoto € izpusti):</p> $f(x) = \begin{cases} 120x + 3 \cdot 10^5, & x \leq a \\ 60x + 6,6 \cdot 10^5, & x \geq a \end{cases}$ <p>kjer je $a=6000$.</p> <p>Lahko je zapisana tudi kot</p> $f(x) = 120x + 300\,000, x \leq a$ $h(x) = 60x + 660\,000, x \geq a.$ <p>To uporabi, da povzame, kako svetovati podjetju: območji B in D nista nikoli optimalni, medtem ko sta območji A in C optimalni za proizvodnjo pod oziroma nad 6000 kolesi. Funkcija optimalnih stroškov je odsekoma linearna funkcija (definirana na množici naravnih števil).</p>	<p>Dijaki poslušajo in prepoznajo svojo strategijo v povezavi z definicijo ter razmišljajo, kako se to primerja s preostalimi strategijami reševanja.</p> <p>Delajo si zapiske.</p>	
<p>Možni načini, kako lahko dijaki dosežejo standarde znanja</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Nekateri dijaki poskušajo za občutek uporabiti kakšna konkretna števila, kot na primer: <ul style="list-style-type: none"> ○ Nekateri dijaki za začetek izračunajo ceno za konkretna števila koles v vsakem območju. Uporabijo lahko strategijo poskusov in napak ter poskusijo najti število, pri katerem za dve območji izračunajo enako ceno. ○ Dijaki lahko za vsako območje pripravijo preglednico in izračunajo končni strošek za dano število koles, stroške primerjajo in izberejo najcenejšo rešitev za dano število koles (to lahko naredijo brez ali z uporabo računalnika). ○ Primerjajo lahko dve lokaciji in pokušajo izračunati, kako bi lahko razliko med fiksnimi stroški nadomestili z razliko med variabilnimi stroški (na primer koliko koles morajo izdelati, preden bo B boljši od A); za oblikovanje popolnega odgovora je potrebno narediti šest takšnih primerjav. 		



- Nekateri dijaki takoj poskusijo s funkcijami in zapišejo štiri enačbe funkcij, kjer vsaka funkcija predstavlja strošek proizvodnje x koles:

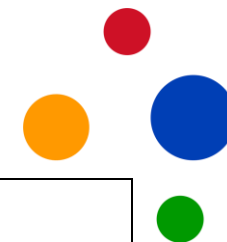
$$f(x) = 120x + 300\,000,$$

$$g(x) = 110x + 450\,000,$$

$$h(x) = 60x + 660\,000,$$

$$k(x) = 80x + 680\,000.$$

- Grafe funkcij narišejo v koordinatni sistem ali sisteme in glede na graf utemeljijo izbiro območja za postavitev tovarne.
- Dijaki, ki uporabljajo karo papir, lahko razberejo koordinati presečišča na koordinatnih oseh.
- Dijaki, ki uporabljajo IKT, bodo morda takoj narisali vse linearne funkcije, vendar lahko naletijo na težave pri prilagajanju koordinatnih osi, zaradi česar bodo težko razločili posamezne funkcije.
- V vsakem primeru se interpretacija funkcij in potreba po minimiziranju stroškov ne porodita samodejno, ampak zahtevata poglobljeno razmišljanje o problemu. Prisotne bodo tudi napake, kot je na primer neupoštevanje razlike med stroški proizvodnje in prodajno ceno ali dobičkom, itd.
- Presečišča funkcij dijaki najdejo s primerjanjem parov enačb funkcij. Pomagali si bodo z grafi funkcij, da ugotovijo, kateri pari enačb so pomembni. Za uporabo te strategije so potrebne veščine reševanja enačb.
- Dijaki lahko pridejo do različnih zaključkov.
 - Ne glede na to, ali dijaki delajo s števkami (in preglednicami) ali funkcijami (in grafi) bodo nekateri ugotovili, da ni enega samega »najboljšega območja«, ampak da je nasvet o izbiri odvisen od števila proizvedenih koles. Zaključek je lahko bolj ali manj natančen in predstavljen opisno, z enačbami, grafi, itd.
 - Nekateri dijaki bodo podali hiter in napačen odgovor, kot na primer »A je najboljša izbira, ker je pri izračunu stroškov za proizvodnjo 1, 2, ..., 10 koles, cena tam vedno najnižja.«



- **Primeri grafov in enačb, ki bi jih lahko izdelali dijaki** (na papirju ali, kakor tukaj, z uporabo tehnologije) z namenom, da ugotovijo, kako so različna območja bolj ekonomična za različno število proizvedenih koles.

