

## Stykkevist lineære funktioner

### Scenarie: Cykelfabrikken

Tilsigtede viden	<p>Målet er at kunne konstruere en stykkevist lineær funktion defineret som løsningen på en problemstilling, hvor en række lineære betingelser er givet på forhånd.</p> <p>Endemålet er, at løsningen på problemstillingen er funktionen præsenteret som en stykkevist lineær funktion eller som flere lineære funktioner defineret på forskellige intervaller relateret til den givne problemstilling.</p> <p>CAS-værktøjer kan inddrages til at indtegne graferne for funktionerne og løse ligninger, hvis eleverne er vant til at bruge CAS.</p>															
Bredere kompetence-mål	<p>Det bredere formål er at få en dybere forståelse for de lineære funktioner <math>f(x) = ax + b</math> (hældningskoefficienten <math>a</math> og konstantleddet <math>b</math>) ved at bruge dem på konkrete lineære betingelser mhp. at kunne konstruere stykkevist lineære funktioner herunder de intervaller, hvor hver af de indgående lineære funktioner er mindst. Ligeledes er målet at diskutere kontinuerte og diskrete aspekter i relation til algebraiske og grafiske repræsentationer i modelleringsprocessen og dermed modelleringskompetencen generelt.</p>															
Nødvendige matematiske forudsætninger	<p>Eleverne ved, hvordan man tegner en graf og er bekendte med notationen <math>f(x) = ax + b</math> samt fortolkningen af <math>a</math> og <math>b</math>.</p>															
Tid	50 minutter (80 minutter).															
Niveau	15-16 år/1.g.															
Materialer til rådighed	<p>Tabel med omkostningerne fordelt på fire områder.</p> <table border="1" data-bbox="504 1444 1402 1753"> <thead> <tr> <th>Område</th> <th>Omkostninger for at bygge fabrikken i området angivet i €</th> <th>Omkostninger for at producere én cykel på fabrikken angivet i €</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>300 000</td> <td>120</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>450 000</td> <td>110</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>660 000</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>680 000</td> <td>80</td> </tr> </tbody> </table> <p>Millimeterpapir og CAS-værktøjer. En bred tavle.</p>	Område	Omkostninger for at bygge fabrikken i området angivet i €	Omkostninger for at producere én cykel på fabrikken angivet i €	A	300 000	120	B	450 000	110	C	660 000	60	D	680 000	80
Område	Omkostninger for at bygge fabrikken i området angivet i €	Omkostninger for at producere én cykel på fabrikken angivet i €														
A	300 000	120														
B	450 000	110														
C	660 000	60														
D	680 000	80														

**Problemstilling:** Du er en konsulent, der rådgiver virksomheder om, hvor det bedst kan betale sig at bygge en fabrik til produktion af cykler (eller andre produkter) baseret på tabellen, der viser omkostningerne i forskellige områder.



Hvilket geografisk område vil du generelt råde virksomhedens ledelse eller direktør til at vælge og hvorfor?

Fase	Lærerens handlinger inkl. instruktioner	Elevernes handlinger inkl. reaktioner
Devolution (didaktisk) 5 minutter	Læreren forklarer konteksten og tabellen ovenfor og stiller spørgsmålet: "Hvordan ville I rådgive virksomheden om placeringen af deres fabrik til produktion af cykler?" Arbejd sammen i par og forbered jer på, at I kommer til at fremlægge jeres løsning lidt senere.	Eleverne lytter og forstår relevansen af problemstillingen og følger sig engageret til at arbejde med spørgsmålet. De har muligvis spørgsmål til tabellens indhold. Eleverne bør have mulighed for at stille afklarende spørgsmål for at kunne forstå problemstillingen.
Handling (adidaktisk) 15 (20) minutter	Læreren observerer og noterer elevernes tilgang til problemstillingen. Her opnår læreren indsigt i elevernes forudsætninger. Det er vigtigt, at læreren ikke giver ledetråde til grupperne og undgår at interagere med dem, dog undtagelsesvist, hvis der er behov for opklarende spørgsmål til den stillede opgave.	Grupperne starter med at prøve forskellige strategier eller ideer af baseret på deres forudgående viden. Se afsnittet "Mulige veje for eleverne til at opnå den tilsigtede viden". Fordi eleverne arbejder i par, så vil der kunne opstå adidaktiske formuleringer.
Formulering (didaktisk) 10 (15) minutter	Læreren udvælger mindst 5 grupper til at præsentere forskellige strategier ved tavlen. Forud for dette bør tavlen opdeles i områder, og efter præsentationerne må eleverne ikke slette det, de har skrevet. Mundtligt skal eleverne i grupper nu præsentere deres løsning, og	Grupperne præsenterer arbejdet i henhold til lærerens plan (først de simple løsninger baseret på tal og derpå løsninger med grafer og funktioner).

	<p>grupper med de simpleste løsninger starter.</p> <p>I denne fase søges der ikke efter en validering af løsningerne.</p>	
<p>Devolution (didaktisk) 1 minut</p>	<p>"Diskuter med din makker, hvilke ligheder og forskelle I ser i løsningerne. Brug dette til at forbedre jeres eget svar til fabrikkens ledelse."</p> <p>Efter 5 (10) minutter skal eleverne rapportere tilbage.</p>	<p>Eleverne lytter. Igen bør det sikres, at alle forstår, hvad de skal.</p>
<p>Handling/ formulering (adidaktisk) 5 (15) minutter</p>	<p>Læreren cirkulerer rundt i klasserummet og observerer, hvad grupperne har noteret og diskuteret, og hvordan de har gjort brug af de præsenterede løsninger og ideer på tavlen.</p>	<p>Eleverne får udpeget ligheder og forskelle i arbejdet med at forbedre deres egen løsning.</p>
<p>Formulering og validering (adidaktisk) 10 (15) minutter</p>	<p>Læreren opfordrer eleverne til at få så mange observationer og forbedrede svar som muligt.</p> <p>Læreren forsøger at få eleverne til at identificere eventuelle fejl i de tidligere løsninger.</p>	<p>Eleverne formulerer ligheder og forskelle og forklarer, hvordan de har forbedret deres egen løsning ved at inddrage de andres arbejde.</p> <p>De kan også pege på nogle mangler i deres arbejde.</p>
<p>Institutionalisering (didaktisk) 5 (10) minutter</p>	<p>Læreren understreger, at der ikke kun er ét korrekt svar, men at løsningerne afhænger af, hvor mange cykler fabrikken producerer.</p> <p>Først baserer læreren sine forklaringer på elevernes løsninger, der står på tavlen, og derpå introduceres notationen for stykkevist lineære funktioner ved at bruge eksemplet:</p> $f(x) = \begin{cases} 120x + 3 \cdot 10^5, & x \leq a \\ 60x + 6,6 \cdot 10^5, & x \geq a \end{cases}$ <p>hvor <math>a=6000</math>.</p> <p>Endelig opsummeres problemstillingen ved at vende tilbage til, hvad man som</p>	<p>Eleverne lytter og genkender deres egen strategi i forhold til definitionen på de stykkevist lineære funktioner og reflekterer over, hvordan den er sammenlignet med det, de kender.</p> <p>De tager notater.</p>

	<p>konsulent vil råde fabrikkens ledelse til:          "Område B og D vil aldrig være optimal, mens A og C er optimale for en produktion under og over 6000 cykler henholdsvis. Den optimale omkostningsfunktion er en stykkevist lineær funktion (defineret på de positive hele tal)."</p>	
--	---	--