MERIA scenarij "Obrnimo števke (ab-ba)"

Distributivnostni zakon

Standardi znanja (pričakovani dosežki)	Uporaba distributivnostnega zakona $n(a+b) = n\,a + n\,b$ za naravno število n ter spremenljivki ali celi števili a in b.
Splošni cilji	Veščine preiskovanja in reševanja problemov.
Potrebno matematično predznanje	Osnove aritmetike
Letnik	13-letniki
Trajanje	20-25 minut
Potrebni material	Pisalo in papir, mogoče računalo.
Opažanja med učnim procesom Kontekst opazovanja (razred, šola, država itd.):	
Problem: Opazujte dvomestna števila, na primer 83. Za vsako število poglejte razliko med številom in njegovim obrnjenim številom (za 83 je obrnjeno število 38). Kaj dobite, če od večjega odštejete manjšega (83-38)? Poskusite znova z drugimi števili. Kakšen vzorec opazite? Ali ga lahko razložite?	

Faza	Dejavnosti in navodila učitelja	Dejavnosti in odzivi dijakov	Opažanja med izvedbo
Devolucija (Prenos) (didaktična) 3 minute	Učitelj zastavi problem kot je zapisan zgoraj, vključno s primerom števila 83, da se prepriča, da dijaki razumejo, kaj pomeni "obrnjeno" število in katere izračune je potrebno storiti.	Dijaki poslušajo in računajo 83-38=… Nato poskušajo z novimi števili in skušajo razumeti problem.	

Reševanje (Delovanje) (adidaktična) 10 – 15 minut	Učitelj se sprehaja po učilnici in si zapisuje strategije dijakov.	Dijaki skušajo rešiti problem.	
Formulacija (Zapis ugotovitev) (adidaktična ali didaktična, če učitelj oceni, da je potrebna pomoč) 3 minute	Učitelj povabi dijake iz skupin, ki so ubrale občutno različne strategije, da opišejo svojo rešitev na tablo. Če dijaki hitro najdejo rešitev, lahko učitelj predlaga naj poskusijo rešiti enak problem za večmestna števila.	Izbrani dijaki predstavijo svojo rešitev. Ostali dijaki poslušajo, primerjajo svoje delo s predstavljeno rešitvijo in sprašujejo. Pri reševanju sta dve možnosti: (1) skupine so odkrile le to, da je razlika deljiva z 9. (2) dijaki so odkrili argumente na enega od načinov (A), (B), (C), (D) ali (E).	
Verifikacija (Potrditev) (didaktična) 7 minut	V primeru (1) lahko učitelj vodi razred v razpravi o tem, kako se lahko prepričamo, da je hipoteza pravilna za vsa dvomestna števila. Rezultat je lahko način (A), (B), (C), (D) ali (E) spodaj, o katerem razpravljajo in potem tvori potrditev dijakovih hipotez.		
Institucionalizacija (Oblikovanje ustaljenega zapisa) (didaktična ali adidaktična) 5 minut (ali več)	Učitelj razloži, da je korak $9a - 9b = 9(a - b)$ ali $9 \cdot 8 - 9 \cdot 3 = 9(8 - 3)$ poseben primer bolj abstraktnega matematičnega zakona $n(a + b) = n\,a + n\,b.$ Učitelj lahko pokaže več primerov tega zakona.		

Možni načini, kako lahko dijaki dosežejo standarde znanja	• Način (A): algebraičen pristop Število zapišemo kot $10a + b$ za $a = 1,2, \dots ,9$ in $b = 0,1,2, \dots ,9$. Potem je obrnjeno število enako $10b + a$. Razlika med tema številoma je enaka plus ali minus $10a + b - (10b + a) = 9a - 9b = 9(a - b)$. • Način (B): posredno algebraičen (s številskim primerom) Naj bo število enako $83 = 10 \cdot 8 + 3$. Potem je obrnjeno število enako $38 = 10 \cdot 3 + 8$. Razlika med tema številoma je plus ali minus $$83 - 38 = 10 \cdot 8 + 3 - (10 \cdot 3 + 8) = 9 \cdot 8 - 9 \cdot 3 = 9(8 - 3) = 9 \cdot 5.$$ • Način (C): Najprej opazimo, da je trditev resnična za števila iz poštevanke števila 9, kajti ta vsebuje vsa svoja obrnjena števila: 09 in 90, 18 in 81, 27 in 72 itd. Potem opazimo, da prištevanje števila 1 danemu številu pomeni prištevanje števila 10 obrnjenemu številu, prištevanje števila 2 pomeni prištevanje števila 20 obrnjenemu številu itd. Za razliko to pomeni, da prištevamo plus ali minus 10-1 ali 20-2 ali 30-3 itd., kar je spet poštevanka števila 9. Kot primer poglejmo število 39. Število je enako 36 + 3, kjer je 36 število iz poštevanke števila 9. Torej 36+3-(63+30) je deljivo z 9, ker so z 9 deljiva števila 36, 63 in 3-30. • Način (D): Ta pristop uporablja kriterij za deljivost s številom 9: Število je deljivo z 9 natanko tedaj, ko je vsota njegovih števk deljiva z 9. Zapišimo število 35 kot [3.5], da lahko sledimo njegovim števkam. Izberemo število $[a.b]$ z obrnjenim številom $[b.a]$. Naj bo $a > b$, potem je razlika enaka $$[a.b] - [b.a] = [(a - 1) - b.(10 + b) - a].$$ Vsota števk je enaka $a - 1 - b + (10 + b - a) = 9$, od koder sledi rezultat. Primer: $[5.3] - [3.5] = [4 - 3.13 - 5]$ in $4 - 3 + 13 - 5 = 9$. • Način (E): Trditev za 1 drži, saj 1-10=-9. Za preostala števila trditev dokažemo z matematično indukcijo. Predpostavimo, da trditev velja za število n. Prištejemo 1 in velja $$n + 1 - (n + 1)_{reverse} = n + 1 - (n_{reverse} + 10) \text{ ali } n + 1 - (n + 1)_{reverse} = n + 1 - (n_{reverse} - 89).$$ Tako -9 kakor +90 sta večkratnika števila 9, torej je tudi rezultat večkratnik števila 9.