MERIA Scenarij “ab-ba”

Distributivni zakon

Ciljano znanje	Korištenje distributivnog zakona $n(a+b)=na+nb$.
Širi ciljevi	Istraživačke vještine. Vještine rješavanja problema.
Potrebno matematičko predznanje	Osnove aritmetike.
Razred	13 godina
Vrijeme	20-25 minuta
Potrebni materijal	Olovka i papir, po mogućnosti kalkulator
Primjedbe nakon provedbe: Kontekst opažanja (razred, institucija, zemlja, itd.):	
Problem: Odaberite neki dvoznamenkasti broj, primjerice 83. Izračunajte razliku toga broja i broja kojemu su znamenke zamijenjene (za 83 taj broje je 38). Ako oduzmete manji broj od većega, koji je rezultat (83 – 38)? Pokušajte s drugim brojevima. Kakvu pravilnost uočavate? Možete li to objasniti?	

Faza	Postupci nastavnika, uključujući i upute	Postupci i reakcije učenika	Primjedbe nakon provedbe
Primopredaja (didaktički) 3 minute	Nastavnik postavlja problem uključujući primjer s brojem 83 kako bi bio siguran da učenici razumiju što znači zamjena znamenaka i što trebaju računati.	Učenici slušaju i računaju 83–38=.. Računaju s novim brojem i pokušavaju shvatiti problem.	
Djelovanje (adidaktički) 10 – 15 minuta	Nastavnik obilazi učenike i bilježi učeničke strategije.	Učenici pokušavaju riješiti problem.	

Formulacija (adidaktički ili didaktički ako nastavnik smatra da je potrebna pomoć) 3 minute	Nastavnik odabire grupe s različitim strategijama da formuliraju svoje rješenje na ploči. Ako su učenici brzo riješili problem, nastavnik im može predložiti da pokušaju isto s višeznamenkastim brojevima.	Odabrane grupe prezentiraju svoja rješenja. Ostali učenici prate, uspoređuju svoj rad s prezentiranima i postavljaju pitanja. Dvije su mogućnosti: (1) Učenici su samo otkrili da su razlike djeljive s 9. (2) Učenici su opravdali svoj rezultat na jedan od niže navedenih načina (A), (B), (C), (D) ili (E).	
Potvrđivanje (didaktički) 7 minuta	U slučaju (1) nastavnik može povesti diskusiju o tome kako su učenici sigurni da njihova pretpostavka vrijedi za sve dvoznamenkaste brojeve. Rezultat može biti jedan od niže navedenih pristupa (A), (B), (C), (D) ili (E) koji se raspravi te se potvrđuje učenička pretpostavka.	Učenici predstavljaju svoj rad.	
Institucionalizacija (didaktički ili adidaktički) 5 minuta (ili više)	Nastavnik objašnjava kako je korak $9a-9b=9(a-b)$ ili $9\cdot 8-9\cdot 3=9(8-3)$ primjer apstraktnoga zakona $n(a+b)=na+nb$. Nastavnik može dati još primjera toga zakona.	Učenici povezuju zapis sa svojom aktivnosti, npr. d(A,P)=d(B,P) opisuje skup točaka P, odnosno pravac (tzv. linija sukoba za točke A i B). d(A,P)<d(B,P) opisuje područje (tzv. područje interesa) i razumiju matematički problem koji se pojavio u njihovoj aktivnosti.	

Mogući načini da učenici ostvare ciljano znanje	• Pristup (A): algebarski pristup Zadani broj može se zapisati u obliku $10a+b$ za $a=1, 2, \ldots, 9$ i $b=1, 2, \ldots, 9$. Broj sa zamijenjenim znamenkama je $10b+a$. Njihova razlika je $10a+b-(10b+a)=9a-9b=9(a-b)$. Predznak će ovisiti o tome koji je broj veći. • Pristup (B): implicitno algebarski (pomoću konkretnih primjera) Primjerice, broj je $83=10\cdot8+3$. Ako znamenkama zamijenimo mjesta dobivamo $38=10\cdot3+8$. Razlika tih dvaju brojeva $83-38=10\cdot8+3-(10\cdot3+8)=9\cdot8-9\cdot3=9(8-3)=9\cdot5$. • Pristup (C): Prvo uočimo da je tvrdnja ispravna za višekratnike broja 9 jer za svaki broj djeljiv sa 9 je i broj sa zamijenjenim znamenkama djeljiv sa 9: 9 i 90, 18 i 81, 27 i 72, itd. Zatim primijetimo da ako nekome od tih brojeva dodamo 1, to znači da smo broju sa zamijenjenim znamenkama dodali 10, ako nekome od tih brojeva dodamo 2, to znači da smo broju sa zamijenjenim znamenkama dodali 20, itd. Za razliku ta dva broja znači da smo dodali plus/minus 10 – 1 ili 20 – 2 ili 30 – 3, itd. što su opet višekratnici broja 9. Primjerice 39. Vrijedi $39=36+3$, a 36 je višekratnik broja 9. Tada je $36+3-(63+30)$ djeljivo sa 9, jer su 36, 63 i 3 – 30 djeljivi sa 9. • Pristup (D): Ovdje se koristi činjenica da je broj djeljiv sa 9 ako i samo ako mu je zbroj znamenaka djeljiv sa 9. Zapišimo broj 35 kao $[3.5]$ kako bismo mogli pratiti njegove decimalne znamenke. Pretpostavimo da smo odabrali broj $[a.b]$, kada zamijenimo znamenke dobivamo $[b.a]$. Pretpostavimo da je $a>b$, pa je razlika $[a.b]-[b.a]=[(a-1)-b.(10+b)-a]$. Zbroj znamenaka iznosi $a-1-b+(10+b-a)=9$ iz čega slijedi tvrdnja. Primjerice: $[5.3]-[3.5]=[4-3.13-5]$ i $4-3+13-5=9$. • Pristup (E): Tvrdnja vrijedi za 1 budući je $1-10=-9$. Sada ćemo indukcijom dokazati da sve brojeve. Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za broj *n*. Ako mu dodamo 1, tada je $n+1-(n+1)_{\text{zamijenjene znamenke}}=n+1-(n_{\text{zamijenjene znamenke}}+10)$ ili $n+1-(n+1)_{\text{zamijenjene znamenke}}=n+1-(n_{\text{zamijenjene znamenke}}-89)$ I -9 i 90 su višekratnici broja 9, pa je i rezultat višekratnik broja 9.